

**REFLEXÃO
SOBRE
A DINÂMICA E A EFICIÊNCIA
DE
MERCADOS**

João Santana

15 de Janeiro de 2010

NOTA INTRODUTÓRIA

A Economia sempre me atraiu. No entanto, a minha formação académica e a minha vida profissional foi, e tem sido, a da Engenharia Electrotécnica, Ramo Energia, o que não lamento. Creio que para estudar alguns problemas económicos, os conhecimentos de Engenharia não são um obstáculo, mas antes podem ser uma ferramenta adicional. Apesar de reconhecer que a Economia não é a Física, pois o sistema económico é, sobretudo, uma construção humana, sempre esperei ver a variável tempo como uma grandeza determinante na análise da Microeconomia. Naturalmente, a Economia não é a Matemática, embora os conceitos matemáticos possam ser utilizados na análise do sistema económico, por exemplo, para ilustrar que, em determinadas condições, o sistema económico é eficiente. É importante conhecer as hipóteses e os cálculos em que se baseia a obtenção do referido resultado e qual o seu significado.

As leituras de textos de Microeconomia de economistas portugueses, sobretudo os mais recentes, Mateus[1], Neves[1], provocaram-me alguma perplexidade pelo postulado do equilíbrio estático, o dogma do equilíbrio. Pensei que fosse uma profissão de fé de economistas portugueses mas, a profissão de fé é, também, internacional. Todos os manuais de Microeconomia consultados, Mankiw[1], Mas-Colell e outros[1], Varian[1][2], Malinvaud[1], que hoje se encontram disponíveis no mercado internacional estabelecem o postulado do equilíbrio estático!

A leitura da obra Teoria do Valor de G. Debreu[1], que W. Hildenbrand[1] considera como uma obra semelhante às velhas catedrais góticas, foi determinante para a minha formação em Economia. Com Debreu e Arrow, a Teoria do Equilíbrio Geral é desenvolvida coerentemente a partir de determinados axiomas. A objectividade da síntese, matemática, não permite subjectividades. Os dois Teoremas do Bem-estar são, hoje, conhecidos e recomendados mesmo sem atender às hipóteses nas quais se fundamenta a teoria neo-clássica.

Relativamente à comparação metafórica de W. Hildenbrand entre a Teoria do Equilíbrio Geral de Debreu e uma magnífica catedral gótica, Alan Kirman[1], que foi co-autor com Hildenbrand sobre a problemática do equilíbrio geral, tem actualmente, a seguinte posição: " Hoje, a estrutura, teoria do equilíbrio geral, mantém toda a sua beleza e a sua

simplicidade, mas ela abriga sob as sua esplêndidas abóbadas mais turistas admiradores que praticantes ferverentes" ¹

O artigo Potencialidades e Limites do Mercado na Alocação dos Recursos de K. Arrow [1] apresenta a teoria neo-clássica de uma forma simples e elegante. Transcreve-se seguidamente algumas proposições do referido artigo. "O ajustamento mútuo dos preços e das quantidades representado pelo modelo neo-clássico, é um aspecto importante da realidade económica que merece a análise séria que lhe tem sido dedicada;... as conclusões do modelo neo-clássico não são evidentemente válidas senão sob hipóteses particulares e talvez muito simplistas sobre o mundo económico e social e sobre as preferências sociais... A teoria económica moderna tem gradualmente refinado as condições sob as quais o sistema de preços pode não conduzir a uma alocação dos recursos eficaz ou óptima. A maior parte das discussões tem abordado três razões principais - indivisibilidade, não apropriável e incerteza - e em torno de conceitos - rendimentos crescentes, externalidades, bens públicos, custos de transacção, falhas de mercado... temos a necessidade urgente de qualquer coisa que incluindo a teoria neo-clássica a ultrapasse".

Franklin Fisher é incontornável. No texto Lectures on Microeconomics [1] aborda de uma forma sintética a teoria neo-clássica, tendo o cuidado, de ao longo do texto chamar a atenção para as limitações da teoria. A seguinte transcrição, retirada do referido texto, é reveladora da posição do autor "No presente estado da arte, a teoria económica é fundamentalmente a teoria da existência e das propriedades do equilíbrio. Ela é muito menos satisfatória na explicação da dinâmica do que acontece fora do equilíbrio". O livro Disequilibrium Foundations of Equilibrium Economics [2], de F. Fisher, é uma obra fundamental para compreender a problemática do desequilíbrio e ilustrar a importância do tema², embora se mostre incapaz de encontrar uma solução.

¹ Devo, também, referir a posição de W. Hildenbrand que, no prefácio da sua obra Market Demand [2], diz o seguinte:

"When I read in the seventies the publications of Sonnenschein, Mantel and Debreu on the structure of the excess demand function of an exchange economy, I was deeply consternated. Up to that time I had the naive illusion that the microeconomic foundation of the general equilibrium model, which I admired so much, does not only allow us to prove that the model and the concept of equilibrium are logically consistent (existence of equilibria), but also allows us to show that the equilibrium is well determined. This illusion, or should I say rather, this hope, was destroyed, once and for all, at least for the traditional models of exchange economies.

I was tempted to repress this insight and continue to find satisfaction in proving existence of equilibria for more general models under still weaker assumptions. However, I did not succeed in repressing the newly gained insight because I believe that a theory of economic equilibrium is incomplete if the equilibrium is not well determined".

² F. Fisher no seu livro Disequilibrium foundations of equilibrium economics afirma ainda: *"More important than this, however, is the central role which general equilibrium plays in economics analysis. Much of what economists have to say about the results of competition, the usefulness or lack thereof of governmental intervention, and the role of prices system is based on propositions about general equilibrium. These are the propositions rigorously formulated in modern times as the central theorems of welfare economics concerning the relations between Pareto optima and competitive equilibria. These propositions, which may be the single most important set of ideas that economists have to convey to laypeople, implicitly assume that general*

Enfim, de uma forma geral, pode afirmar-se que as questões referentes ao equilíbrio do mercado e à alocação óptima dos recursos não estão resolvidas. O que constitui uma lacuna na teoria económica.

A dinâmica e a eficiência de um sistema são preocupações da Engenharia Electrotécnica, Ramo Energia. Assim, é natural a minha propensão para estes temas, embora deva reconhecer que a intromissão nestes temas económicos não foi uma tarefa fácil. O texto, que a seguir se apresenta, resulta da minha reflexão sobre a problemática do equilíbrio e da eficiência na Microeconomia.

Considera-se que os agentes que intervêm na Microeconomia são os produtores e os consumidores. Os comportamentos dos agentes são descritos através da teoria de conjuntos, o que permite posteriormente a apresentação sumária da teoria do equilíbrio geral. Na teoria do produtor, os sistemas de produção com rendimentos crescentes à escala merecem-me uma especial análise, o que não é habitual nos compêndios de Microeconomia.

Para descrever o comportamento dinâmico de um ou vários mercados em interacção é necessários obter as curvas agregadas da procura e da oferta. As hipóteses formuladas são explicitadas.

De uma forma geral, o ajustamento de Walras (ou do preço) do mercado é um dispositivo incapaz de prever o comportamento dinâmico do sistema económico. Para a obtenção deste, o recurso ao ajustamento de Marshall (ou da quantidade) do mercado é, quanto a mim, mais aceitável.

Como se verá no texto, no caso de mercados em concorrência perfeita é indiferente utilizar o ajustamento de Walras ou o ajustamento de Marshall. Assim, considerar este último, significa que os resultados finais da teoria do equilíbrio geral não são questionados. No entanto, em mercados cujos produtos advêm de sistemas de produção com rendimentos crescentes à escala o ajustamento do preço não é aplicável.

Nos anos 30, isto é, anteriormente aos trabalhos, nomeadamente, de Arrow e de Debreu, A. Wald [1] [2] preocupou-se com a questão da existência do equilíbrio geral. A condição de igualdade entre o número de equações e o número de incógnitas que permitia a Walras justificar a existência de uma solução para o seu sistema de equações, equilíbrio geral, não é uma condição suficiente. Se determinadas condições são verificadas, Wald demonstra matematicamente a existência de uma solução para o sistema de equações de Walras, isto é, há um ponto de equilíbrio estático numa economia de produção. A introdução da dinâmica no modelo de Wald não apresenta problemas teóricos significativos.

competitive equilibrium is stable and, indeed, that convergence takes place relatively quickly. If this were not so, welfare comparisons of equilibria would be largely irrelevant since what would matter would be comparison of the relatively "transient" behavior of alternative systems including alternative forms of market organization".

A dificuldade, encontrada na literatura, para estabelecer um modelo dinâmico para o sistema económico com base na teoria do equilíbrio geral, deve-se à inabilidade do modelo de Arrow – Debreu para resolver esta questão. Na verdade, a moderna a teoria do equilíbrio geral baseia na teoria de conjuntos e em condições topológicas de tangência dos conjuntos convexos de produção e de consumo. Relativamente à questão da dinâmica, é o próprio K. Arrow que, com a sua autoridade, reconhece a necessidade de descrever o processo de obter a situação de equilíbrio.

A apresentação do modelo de Arrow-Debreu tem em vista ilustrar a aplicabilidade à realidade dos teoremas do bem estar e do conceito de eficiência de Pareto. A beleza da “catedral” não nos deve inibir de denunciar aqueles para quem a Economia se reduz ao modelo neo-clássico. O mais razoável na Economia, como afirma W. Hildebrand[2], é ser flexível e pluralista do ponto de vista metodológico!

Como referi no início desta nota, tenho um certo gosto no estudo de temas económicos, mas a minha passagem pela ERSE, também, contribuiu para sentir a necessidade do aprofundamento dos conceitos da dinâmica e da eficiência de mercados. Sobretudo, adquiri a consciência que certos dogmatismos que alguns economistas defendem são mais atitudes ideológicas que posições científicas. A defesa intransigente dos referidos dogmas, nas áreas da Concorrência e da Regulação, têm conduzido a situações de irracionalidade económica que a prática tem posteriormente evidenciado.

REFLEXÃO SOBRE A DINÂMICA E A EFICIÊNCIA DE MERCADOS

A Reflexão sobre a Dinâmica e a Eficiência de Mercados está dividido em 5 capítulos que a seguir se descrevem sumariamente.

No **Capítulo 1** são introduzidos os conceitos de produto e de preço. A sua escrita foi inspirada no capítulo com o mesmo título da Teoria do Valor de G. Debreu. No entanto, deve ser referido, desde já, que são defendidas, no presente texto, posições significativamente diferentes das da teoria do equilíbrio geral (Arrow-Debreu). Nomeadamente, considera-se que entre o conjunto de produtos e o conjunto de preços não existe uma função biunívoca; a cada produto corresponde antes um conjunto de preços, pois a cada agente económico, para um dado produto, está associado a um preço.

O **Capítulo 2** é dedicado à classe dos agentes económicos designados por produtores. O objectivo de um produtor é estabelecer um plano de produção, isto é, especificar as quantidades dos produtos de entrada e de saída do processo produtivo, minimizando o custo de operação. O conjunto de produção (de um produtor) é o conjunto de todas as produções possíveis para o agente. A tecnologia da produção tem implicações na estrutura do sector no qual a empresa está inserida. O sistema de produção é determinado pelos rendimentos à escala do processo. Os rendimentos crescentes à escala merecem uma especial atenção.

Um dos objectivos deste segundo capítulo é determinar a curva de oferta do produtor, isto é, o preço unitário do produto em função da sua quantidade. Mostra-se que não há uma só forma típica para a curva de oferta; o seu andamento depende, nomeadamente, dos rendimentos à escala presentes no processo produtivo.

O **Capítulo 3** é dedicado à outra classe de agentes económicos, a dos consumidores. O objectivo do consumidor é estabelecer o seu plano de consumo, tendo em conta as limitações impostas à sua escolha, nomeadamente, as orçamentais. O plano de consumo especifica as quantidades dos produtos requeridas de modo a obter a maior satisfação.

Para descrever as preferências do consumidor, usa-se a função utilidade que permite ordenar preferências e estabelecer o respectivo conjunto de consumo.

Para produtos normais, a curva de procura referente a um dado consumidor é uma função decrescente.

Tanto este capítulo como o anterior são introduções às teorias do consumidor e do produtor, respectivamente. Apesar das acções dos agentes serem enquadradas por princípios muito gerais, não é possível obter para todos os produtos um mesmo comportamento.

O **Capítulo 4** é dedicado ao relacionamento, através do mercado, entre produtores e consumidores de um dado produto. Considera-se que a cada produto corresponde um mercado particular.

Sendo conhecidos os comportamentos individuais dos produtores e dos consumidores procede-se à agregação dos comportamentos dos agentes para se obter a curva da oferta do produto e a curva da procura do produto.

O confronto entre as intenções dos produtores e dos consumidores gera informação. No entanto, esta informação gerada é diferente conforme se efectue a análise através da metodologia de Walras ou de Marshall. A literatura tem considerado e consagrado Walras. A metodologia usada neste trabalho baseia-se em Marshall; assim, a quantidade do produto é considerada a variável de estado do sistema. Esta metodologia estabelece o modelo que se designa por equilíbrio dinâmico do mercado de um produto, o qual, naturalmente, inclui a análise estática presente nos manuais de Microeconomia.

Com a metodologia utilizada é possível analisar o comportamento dinâmico do mercado: a evolução temporal e a estabilidade. Como se mostra, a instabilidade corresponde, normalmente, a uma situação desejável, isto é, de crescimento. É interessante visualizar o mercado com o recurso à Teoria de Sistemas. Esta metodologia permite descrever os efeitos de “feedback” intrínsecos o que favorece o mercado face a sistemas em cadeia aberta (dirigistas).

Na parte final do capítulo retoma-se a questão: Walras ou Marshall? A metodologia de Walras considera que o preço do produto é a variável de estado. É este tipo de escolha que caracteriza a teoria neo-clássica.

Na análise do mercado de um produto mostra-se que não é indiferente usar a metodologia Walras ou a metodologia Marshall. As duas conduzem ao mesmo resultado se o produto em análise for normal e se a sua produção apresentar rendimentos não crescentes à escala. Esta é a situação estudada pela teoria neo-clássica, quer no equilíbrio parcial quer no equilíbrio geral. Mas a Microeconomia não se esgota nos rendimentos não crescentes, a metodologia Walras é inapropriada para a análise da situação de rendimentos crescentes à escala!

O **Capítulo 5** é dedicado ao estudo da interacção entre mercados. Fora do designado equilíbrio estacionário, o preço, com o qual a transacção é efectuada, não é explicitamente determinado no modelo desenvolvido no Capítulo 4. É necessário ter em conta outras “forças”, para além das expressas nas curvas da oferta e da procura, para determinar o preço do produto.

O mercado de um dado produto é, naturalmente, caracterizado pela estrutura do sector, isto é, o número e a dimensão relativa dos produtores e dos consumidores. A estrutura condiciona a conduta dos agentes que é necessário conhecer para determinar a evolução dos mercados em interacção.

São descritas de forma sumária as principais tipologias do mercado, as quais vão desde as situações de monopólio ou de monopsónio até à situação de concorrência perfeita. O oligopólio designa a situação de mercado na qual há um número reduzido de produtores, alguns dos quais têm consciência da sua influência na evolução do respectivo mercado

O Capítulo analisa ainda a modelação da interacção entre mercados. Com vista à aplicação dos resultados desenvolvidos a um dado sistema económico, apresenta-se o artigo de A. Wald, onde se demonstra a existência do equilíbrio geral, se dadas condições forem verificadas. A introdução da dinâmica no modelo de Wald é imediata, o que permite, por exemplo, o estudo da estabilidade do ponto de equilíbrio estacionário e determinar a evolução temporal do sistema. O recurso à Teoria de Sistemas ilustra como o sistema económico pode ser visto como a interligação de subsistemas, isto é, mercados de produtos.

O **Capítulo 6** apresenta de forma sumária a teoria do equilíbrio geral (Arrow - Debreu). Esta baseia-se na teoria dos conjuntos de consumo e de produção definidos nos três primeiros capítulos e nas relações topológicas existentes entre conjuntos convexos.

A teoria mostra que, na situação dos mercados se encontrarem em concorrência perfeita, existe um ponto de funcionamento em equilíbrio estático ou estacionário. Sem determinar explicitamente as grandezas que caracterizam o equilíbrio, mostra-se que ele apresenta eficiência de Pareto. O conceito de eficiência de Pareto é discutido.

Os dois teoremas do bem-estar são os resultados mais significativos da teoria neo-clássica. A demonstração destes dois teoremas ilustra as hipóteses de suporte da teoria do equilíbrio geral. O não recurso ao ajustamento de Walras mostra que este não é uma condição necessária para a obtenção do equilíbrio geral.

Refere-se que a teoria do equilíbrio geral (Arrow – Debreu) e, nomeadamente, os dois teoremas do bem-estar baseiam-se em conjuntos convexos de consumo e de produção. É razoável aceitar que mercados em concorrência perfeita satisfazem as condições requeridas, no entanto não é lícito utilizar os teoremas fora do seu contexto. Este facto é determinante na análise económica.

INDICE

CAPÍTULO 1	1
PRODUTOS E PREÇOS	1
1.1. INTRODUÇÃO.....	1
1.2. DISCRIMINAÇÃO NO TEMPO E NO ESPAÇO	2
1.3. BENS MATERIAIS.....	2
1.4. SERVIÇOS	3
1.5. INFORMAÇÃO	4
1.6. PRODUTOS	5
1.7. PREÇOS.....	6
1.8. ALGUMAS CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE PRODUTOS E PREÇOS.....	7
CAPÍTULO 2	9
PRODUTORES	9
2.1. INTRODUÇÃO.....	9
2.1.1. Conjuntos de produção	9
2.1.2. Plano de produção eficiente	10
2.1.3. Rendimentos à escala	11
2.2. A FUNÇÃO DE PRODUÇÃO DO PRODUTOR	13
2.3. MINIMIZAÇÃO DO CUSTO.....	16
2.4. OS CUSTOS DO PRODUTOR	17
2.5. OS CUSTOS DO PRODUTOR COM PREÇOS DOS FACTORES DE PRODUÇÃO CONSTANTES .	19
2.6. OS CUSTOS DE OPORTUNIDADE E AS RENDAS	22
2.7. A CURVA DE OFERTA DO PRODUTOR	22
2.8. CONDICIONANTES DO PROCESSO PRODUTIVO.....	24
2.8.1. Regra do cubo-quadrado.....	25
2.8.2. Informação.....	25
2.8.2.1. Introdução.....	25
2.8.2.2. Características da informação.....	26
CAPÍTULO 3	29

CONSUMIDORES	29
3.1. INTRODUÇÃO.....	29
3.2. A FUNÇÃO UTILIDADE E AS SUAS PROPRIEDADES	29
3.2.1. Conjunto de consumo.....	29
3.2.2. A função utilidade e as curvas de indiferença.....	30
3.2.3. Propriedades das funções de utilidade	31
3.3. A RESTRIÇÃO DO ORÇAMENTO E A OPTIMIZAÇÃO.....	32
3.4. AS FUNÇÕES DE PROCURA	34
3.5. A CURVA DA PROCURA.....	36
CAPÍTULO 4	37
RELACIONAMENTO ENTRE PRODUTORES E CONSUMIDORES NO MERCADO DE UM PRODUTO	37
4.1. INTRODUÇÃO.....	37
4.2. AGREGAÇÃO DOS PRODUTORES DE UM DADO PRODUTO	37
4.3. AGREGAÇÃO DOS CONSUMIDORES DE UM DADO PRODUTO	39
4.4. ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE A AGREGAÇÃO DOS AGENTES.....	40
4.5. INTERACÇÃO ENTRE PRODUTORES E CONSUMIDORES DE UM DADO PRODUTO.....	41
4.5.1. Do equilíbrio estático ao equilíbrio dinâmico.....	42
4.5.2. O equilíbrio dinâmico do mercado de um produto	44
4.5.3. Comportamento dinâmico do mercado de um produto.....	46
4.5.4. Situação estável no mercado de um produto.....	49
4.5.5. Difusão da informação.....	51
4.5.6. Situação instável no mercado de um produto	52
4.6. MARSHALL OU WALRAS?.....	54
4.7. Contribuições Recentes	57
CAPÍTULO 5	59
INTERACÇÃO DE MERCADOS.....	59
5.1. INTRODUÇÃO.....	59
5.2. DA ESTRUTURA DO SECTOR À CONDUTA DOS AGENTES.....	60
5.2.1. Monopólio	60
5.2.2. Monopsónio	62

5.2.3. Monopólio com monopsonio.....	64
5.2.4. Concorrência Perfeita.....	65
5.2.5. Oligopólio.....	67
5.3. DESCRIÇÃO DA CONDUTA DOS AGENTES.....	68
5.4.2. O processo da determinação do preço pode variar.....	70
5.5. MODELAÇÃO DA INTERACÇÃO ENTRE MERCADOS.....	70
5.5.1. Aspectos Gerais.....	70
5.5.2. Sistema de N Mercados em Equilíbrio Estático de Wald.....	72
5.5.3. Sistema de N Mercados em Equilíbrio Dinâmico.....	78
5.5.3.1 Desenvolvimento do modelo.....	78
5.5.3.2 Aplicações.....	80
CAPÍTULO 6.....	85
TEORIA DO EQUÍLIBRIO GERAL (Arrow - Debreu).....	85
6.1. ASPECTOS GERAIS.....	85
6.1.1. Introdução.....	85
6.1.2. A Existência Do Equilíbrio.....	87
6.1.3. A Eficiência do Equilíbrio.....	88
6.1.4. O Modelo do Equilíbrio Geral.....	88
6.2 TEOREMAS DO BEM ESTAR.....	92
6.2.1. O Primeiro Teorema do Bem Estar.....	92
6.2.2. O Segundo Teorema do Bem Estar.....	93
6.3. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	97
BIBLIOGRAFIA.....	101

PRODUTOS E PREÇOS³

1.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo são introduzidos os conceitos de produto e de preço.

Um produto é um bem económico, pois tem um custo e tem um valor. Assim, de uma forma abrangente, um produto é um bem material, um serviço ou uma informação. Cada produto é caracterizado pelas suas propriedades físicas e imateriais. Estas últimas são, por vezes, mais difíceis de quantificar.

Para além das propriedades de um produto, este, na sua definição, necessita da data na qual ele está ou estará disponível e do lugar onde ele está ou estará disponível. O transporte no espaço ou no tempo de um dado produto estabelece um produto diferente.

Para quantificar o custo e o valor de um produto é necessário estabelecer uma unidade que se utiliza nas medidas económicas do produto. A moeda, porque facilita o funcionamento do mercado, surge como padrão de valor em relação ao qual se mede o custo e o valor do produto

Para os diferentes agentes que interagem no sistema económico, isto é, os produtores e os consumidores, os preços de um dado produto são iguais? Não necessariamente. Considerar que a cada produto corresponde um número real, o seu preço, é aceitar que o preço estabelecido ou visto pelo produtor do produto coincide com o preço que traduz a valorização do produto pelo consumidor. Pode acontecer, mas não é forçoso que aconteça. Assim, assume-se que cada agente tem as suas próprias funções de expectativas, Lange [1] e Morishima [2]. Hicks [1] faz, também, a distinção entre os preços reais e as expectativas dos preços.

O equilíbrio estático que se verifica quando há uma função biunívoca entre produtos e preços, não traduz toda a realidade económica. Assim, no caso geral, considera-se que a cada produto corresponde um conjunto de preços, os quais são estabelecidos pelos agentes económicos, produtores e consumidores.

³ Este capítulo é inspirado no capítulo com o mesmo título da obra Teoria do Valor de G. Debreu. Há, no entanto, diferenças significativas que considero importantes na análise dinâmica do sistema económico.

1.2. DISCRIMINAÇÃO NO TEMPO E NO ESPAÇO

Para além das suas propriedades, os bens económicos, produtos, distinguem-se entre si, pelo instante em que estão disponíveis e pelo lugar onde são disponibilizados. Assim, para descrever a actividade económica é necessário introduzir as noções de tempo e de espaço.

A actividade económica tem lugar ao longo do tempo. Este é dividido em intervalos elementares e iguais que podem ser numerados por ordem cronológica. A origem do primeiro intervalo é arbitrária, pode ser considerada o momento presente. A duração de cada intervalo elementar, período, deve ser suficientemente pequena de modo a que todos os instantes no seu interior sejam indiscerníveis do ponto de vista da análise. Um período será designado por uma data e a expressão “na data t ” é equivalente a “qualquer instante do período de ordem t ”. A duração do período pode ser um ano, uma semana, um dia, uma hora, dependendo da análise em causa; nesta situação o sistema designa-se por sistema discreto. A passagem ao tempo contínuo obtém-se no limite quando a duração do período tende para zero.

O espaço no qual a actividade económica tem lugar é dividido em regiões elementares. Estas, que podem ser numeradas, são definidas suficientemente pequenas de modo a que todos os pontos de uma mesma região sejam indiscerníveis do ponto de vista da análise. Uma região elementar é designada por lugar e a expressão “no lugar s ” é equivalente a “em qualquer ponto pertencente a s ”. A extensão do lugar ou região elementar depende do objectivo em causa, por exemplo, a associação de um lugar a um país é recomendável para muitas análises.

1.3. BENS MATERIAIS

O conceito de produto pode ser introduzido com o recurso a exemplos. O mais simples é o de um bem económico, tal como o trigo. Há numerosas espécies de trigo; para o bem ser definido, deve descrever-se completamente a variedade de trigo de que se fala, em particular a sua qualidade, propriedades físicas, por exemplo, trigo vermelho de Inverno nº 2. Trigo imediatamente disponível ou trigo disponível na próxima semana têm objectivos económicos diferentes para a moagem que os consome. Deste modo, um bem relativo a uma data e o mesmo bem físico a uma data posterior são objectos económicos diferentes e a especificação da data da sua disponibilidade é essencial. Trigo disponível em Minneapolis e trigo disponível em Chicago têm, também, objectivos diferentes. Assim, um bem num certo lugar e o mesmo bem num lugar diferente são objectos económicos distintos; a especificação do lugar da sua disponibilidade é essencial. No caso em análise, uma

mercadoria (um produto) é definida pela especificação da sua data de disponibilidade e do seu lugar de disponibilidade.

A quantidade de uma certa espécie de trigo exprime-se por um número de quilogramas que pode ser um qualquer número real. Exemplos de bens do mesmo tipo do trigo podem ser: o cimento, o minério de ferro, a borracha, o algodão, a água, o café, o petróleo, o gás, a electricidade, etc.

Como protótipo de uma segunda classe de bens, considera-se o camião. A descrição completa deste bem compreende o seu modelo e o seu uso. Para definir univocamente o bem é necessário precisar a data e o lugar da sua disponibilidade. Uma quantidade de camiões é um número inteiro; no entanto, por vezes, pode ser razoável fazer a hipótese de que a quantidade é um qualquer número real positivo. Entre bens semelhantes ao camião encontram-se as máquinas ferramentas, as gruas, os navios, os imóveis, etc.

Nem sempre é razoável considerar um número real para definir a quantidade dos bens apresentados anteriormente. A indivisibilidade é patente em certos equipamentos das indústrias química, eléctrica, transportes, etc., e mesmo na investigação e desenvolvimento.

Até aqui considerou-se que as propriedades do bem material se restringiam às suas propriedades físicas, as quais são especificadas através de medidas. No entanto, existem outras características cujas especificações não são objectivamente mensuráveis; o design e o marketing promovem, por exemplo, o aparecimento de novas mercadorias, praticamente, para um mesmo uso⁴. Este facto é determinante para compreender certos comportamentos das empresas.

1.4. SERVIÇOS

O primeiro exemplo de um serviço económico é o trabalho humano. A sua descrição consiste na respectiva tarefa; assim, temos o trabalho de um mineiro, de um condutor de camião, de um membro de uma certa categoria de professor, de um engenheiro, de um director, etc. Todos estes trabalhos têm uma descrição completa. Quando se acrescenta a data e o lugar obtém-se um

⁴ No tempo em que a mãe de J. Hicks fazia compras (cerca de 1910): "Não havia nenhum dos bens embalados que são o principal conteúdo da loja moderna. Havia caixas e jarros dos quais os bens eram tirados com pás. Então, eram pesados e a quantidade adquirida era embrulhada em papel azul grosso". Esta passagem bucólica é apresentada, também, como uma nota no livro Teoria Monetária do Mercado de John Hicks.

produto bem definido. A quantidade de um dado trabalho é expressa através do tempo durante o qual o trabalho é fornecido, um número real.

O uso de um equipamento ilustra outra categoria de serviços. A vida útil de um equipamento é descrita por uma sucessão de intervalos de tempo; no interior de cada um destes intervalos o equipamento permanece no mesmo estado. O comprimento do intervalo elementar depende da intensidade da utilização. Assim, a descrição do serviço “uso do equipamento” é a do equipamento e das condições sob as quais ele é utilizado, por exemplo, número de quilómetros por dia. Acrescenta-se, como habitual, a data e o lugar da disponibilidade do serviço. A quantidade de um tal serviço exprime-se pelo tempo durante o qual o serviço é prestado.

O uso de um quarto de hotel ou de um apartamento ilustra um outro género de serviço. A sua descrição compreende a lista de serviços disponibilizados ao ocupante. O uso deve ser datado e localizado. A sua quantidade é um número inteiro, mas admite-se que a quantidade pode ser um qualquer número real.

Muitos outros serviços poderiam ser apresentados; todos seriam especificados pelas disponibilidades oferecidas, pela data e pelo lugar. A quantificação pode variar de serviço para serviço.

1.5. INFORMAÇÃO

A informação é um bem económico pois tem um custo e tem um valor. No entanto, apresenta características que a distinguem dos bens e serviços apresentados anteriormente. Em particular, a quantificação e a valorização económicas da informação não permitem, normalmente, medidas objectivas, determinadas ex-ante.

Habitualmente, considera-se apenas a aquisição da informação técnica exigida pela empresa; mas, na verdade, a informação é requerida por todos os agentes económicos. Estes podem comprar a informação ou podem consagrar recursos em investigação e desenvolvimento para a obter; este assunto será retomado mais tarde.

Na Engenharia, a aquisição, transmissão e armazenamento de informação física, isto é, o processamento do sinal obedece a metodologias e métricas bem estabelecidas. Na Economia, a informação é uma noção mais abrangente, para a qual parece difícil propor uma definição geral de unidade de informação. As informações necessárias à produção de um transformador, de um frigorífico, de um avião, etc. são bens económicos. Uma patente, um estudo de mercado, uma previsão económica, uma acção de formação, etc. são, igualmente, bens económicos. Cada

informação bem caracterizada é, em si, uma unidade específica de informação. A quantidade de determinada “informação bem caracterizada” é um número inteiro. Um fornecedor de informação pode, por exemplo, vender n estudos sobre a fabricação de frigoríficos, no entanto, cada comprador só adquire um estudo sobre a fabricação de frigoríficos.

Normalmente, a data da disponibilização da informação é de importância crucial. Considere-se que num ambiente de incerteza há que tomar uma decisão até certo dia; qualquer sinal, qualquer informação, que minimize a incerteza só será útil até àquela data. O sistema de patentes e os direitos de autor são mecanismos instituídos para preservarem, no tempo, a propriedade da informação.

Contrariamente a outros bens económicos, o transporte no espaço da informação não é, hoje, muito determinante. Felizmente, o custo da transmissão da informação, sinal, tem-se reduzido substancialmente. O mundo é uma aldeia global!

1.6. PRODUTOS

Um produto é um bem material, um serviço ou uma informação. Cada produto está completamente especificado e está associado a uma data e a um lugar. Considera-se que existem l produtos que são referenciados por um índice h definido de 1 a l . A existência de l produtos independentes entre si, permite estabelecer o espaço dos produtos, R^l .

Naturalmente, a quantidade de um produto é um número não negativo; no entanto, por convenção, estabelece-se que para certos agentes económicos as entradas são representadas por números não negativos e as saídas por números não positivos. Para outros agentes, a convenção inversa será adoptada. Deste modo, a quantidade de cada produto pode ser um qualquer número real e, no caso de indivisibilidade por um número inteiro.

Uma nota adicional. O conceito de produto introduzido através de exemplos é de uma grande generalidade. É um objecto económico valorizado pelos diferentes agentes presentes na Economia. Se se tem em conta unicamente as mudanças de data é possível estabelecer uma teoria da poupança, do investimento, do capital e do juro. De forma análoga, considerando unicamente as mudanças de lugar, obtém-se uma teoria da localização, do transporte, do comércio internacional e do câmbio.

1.7. PREÇOS

Como se tem referido, o produto é um bem económico, pois tem um custo e tem um valor.

Para que o processo de troca de produtos entre agentes ocorra, é necessária a valorização dos produtos por parte dos agentes. A moeda, enquanto padrão de valor, facilita a troca e o desenvolvimento dos mercados; no entanto, não estabelece uma métrica uniforme para a valorização do produto. Esta valorização é estabelecida por cada agente económico que, quando concebe uma dada acção, associa a cada unidade do produto um número real, o qual é designado por preço. Deste modo, considera-se que existe uma correspondência entre o produto h e um conjunto de preços onde cada elemento p_{hi} é o preço do produto h estabelecido pelo agente i ⁵.

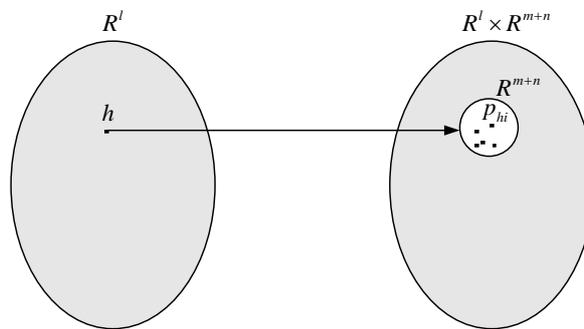


Fig. 1-1: Correspondência $R^l \rightarrow R^l \times R^{m+n}$.

No caso geral, preço designa uma grande variedade de termos de uso corrente: preço propriamente dito, salário, aluguer, tarifa, honorário, etc.

O preço p_{hi} , do produto, h , estabelecido pelo agente económico, i , pode ser positivo (produto normal), nulo (produto gratuito) ou negativo (produto nocivo). Neste último caso, um agente para quem este produto é uma saída, deve pagar um montante ao agente para o qual o produto em causa é uma entrada. No texto que se segue apenas se considera $p_{hi} \geq 0$.

Para o agente i , o seu sistema de preços é o vector p_i :

$$p_i = (p_{i1}, \dots, p_{hi}, \dots, p_{il}) \quad (1.1)$$

Ele é representado por um ponto no espaço R^l .

A acção a_i do agente i tem l componentes; cada uma representa, no espaço R^l , a quantidade de cada produto que o agente recebe ou fornece:

⁵ O agente pode ser um produtor ou um consumidor. Como se verá mais tarde, considera-se que existem n produtores e m consumidores. Na realidade existem ainda mais agentes: o Estado, outras organizações, os operadores mercados, etc.

$$a_i = (a_{1i}, \dots, a_{hi}, \dots, a_{li}) \quad (1.2)$$

Com tantos produtos, a acção de um agente, normalmente, apresenta muitas componentes nulas.

O valor de uma acção a_i é estabelecido por:

$$\sum_{h=1}^l p_{hi} a_{hi} \quad (1.3)$$

Utilizando o conceito de produto interno de p_i com a_i , o valor da acção a_i , (1.3), é sinteticamente dado por

$$p_i \circ a_i \quad (1.4)$$

A acção do agente i , a_i , ilustra a quantidade de entrada ou de saída para cada produto; assim, as componentes do vector a_i podem ser positivas, negativas ou mesmo nulas. Deste modo, o valor da acção dado por (1.3) ou (1.4) é um valor líquido.

1.8. ALGUMAS CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE PRODUTOS E PREÇOS

Ao longo do Capítulo 1 foram apresentadas as grandezas determinantes na Microeconomia: produtos e preços.

Os produtos resultam da acção de uma classe de agentes económicos, os produtores. Eles destinam-se a satisfazer as necessidades da outra grande classe de agentes, os consumidores. Estes, no processo produtivo, para além da sua riqueza inicial, fornecem um produto, trabalho, que constitui uma entrada do processo produtivo. Na verdade, os produtores também são consumidores de produtos. Nos capítulos seguintes serão analisados os principais agentes económicos, produtores e consumidores, e a interacção entre eles através dos mercados.

Assume-se que a cada produto corresponde um mercado, no qual se troca o produto em causa, naturalmente, por outro produto, a moeda.

O preço é, sobretudo, a valorização do produto estabelecida pelo agente económico. A moeda é usada como meio de valorização o que facilitou e facilita o desenvolvimento das trocas, isto é, dos mercados. Contrariamente à quantidade do produto que, no instante t , se considera determinada, admite-se que os agentes económicos possam apresentar ou esperar preços diferentes para o mesmo produto.

Afirmou-se no início que este capítulo foi inspirado no trabalho de G. Debreu. No entanto, há diferenças que importa assinalar. Enquanto produto, a informação merece um importante reconhecimento. A indivisibilidade de certos produtos é assumida. Contrariamente ao enquadramento do equilíbrio parcial ou geral (situação estacionária, onde se impõe uma função biunívoca entre produtos e preços) este trabalho considera que um dado produto pode apresentar tantos preços quanto os agentes, isto é, há uma correspondência entre produtos e conjuntos de preços, ver Fig. 1-1.

PRODUTORES

2.1. INTRODUÇÃO

Na Microeconomia interagem agentes, cada um realiza uma acção, isto é, determina a quantidade produzida ou consumida de cada produto. Naturalmente, um agente é caracterizado pelas limitações impostas à sua escolha e pelo critério da própria escolha.

Este capítulo é dedicado à classe dos agentes designados por produtores; são, também, analisados alguns aspectos dos sistemas de produção.

O objectivo de um produtor é realizar um plano de produção, isto é, estabelecer uma acção na qual as quantidades dos produtos de entrada e de saída são especificadas, tendo em conta as limitações impostas à sua escolha, nomeadamente, as que derivam do sistema de produção. Por convenção, as componentes de entrada são números reais ou inteiros não positivos e as componentes de saída são números reais ou inteiros não negativos.

O sistema de produção do agente é estabelecido pelos bens de capital, pelo trabalho, pelos conhecimentos técnicos, etc. postos à sua disposição. É, portanto, o aparelho que permite transformar os produtos de entrada (inputs) em produtos de saída (outputs).

O critério de minimização do custo de operação no curto e, sobretudo, no longo prazo parece aceitável como objectivo do produtor. Naturalmente, o critério referido é equivalente à maximização do lucro, se o máximo existir. No entanto, há situações em que a função lucro não tem máximo; nesta condição continua a fazer sentido a minimização do custo; podem estabelecer-se outros objectivos, por exemplo, a conquista de cota de mercado.

Tal como apresentado no Capítulo 1, cada produto h , considerado como entrada ou como saída, tem associado um preço p_{hj} visto pelo produtor j .

2.1.1. Conjuntos de produção

O produtor é o agente económico que escolhe e executa um plano de produção, isto é, uma acção.

Considera-se que existem n produtores, sendo cada um caracterizado por um índice $j = 1, \dots, n$.

Para o produtor de ordem j , o plano de produção é uma especificação das quantidades das suas entradas e das suas saídas, cujos sinais, negativos ou positivos, dependem da convenção

apresentada no ponto anterior. Assim um plano de produção, uma acção, é um ponto y_j no espaço R^l dos produtos.

Seja y_j um vector de produção do produtor j , o conjunto Y_j de todas as produções possíveis para o produtor j chama-se conjunto de produção do produtor.

As entradas de uma produção podem compreender matérias-primas, produtos semi-acabados, edifícios, trabalho de operários e engenheiros, etc., em diferentes datas e em diferentes lugares. As saídas são os produtos que resultam do aparelho produtivo.

Em geral, as entradas e as saídas de um produtor, consideradas no espaço R^l são em número relativamente pequeno face à globalidade dos produtos, isto é, a maior parte das componentes de y_j são nulas. Por facilidade de apresentação, considera-se apenas dois produtos $l = 2$. Na Fig. 2-1, o ponto A é representado pelo vector $y_j = (-6; 4)$, este plano de produção do produtor j diz-nos que o produto de índice $h = 2$ é uma saída cuja quantidade é igual a 4, enquanto que o produto de índice $h = 1$ é uma entrada cuja quantidade é 6. O sombreado indica o conjunto das acções possível do produtor j , isto é, o conjunto de produção Y_j .

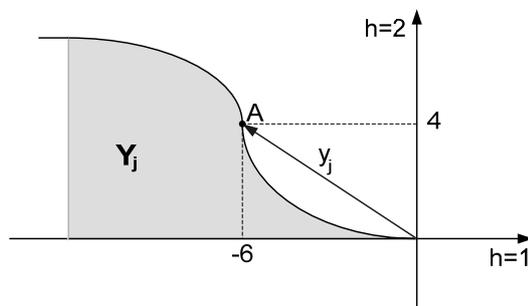


Fig. 2-1: Representação do plano e do conjunto de produção para $l = 2$.

2.1.2. Plano de produção eficiente

Seja Y_j o conjunto de produção do produtor j . Uma acção ou um plano de produção $y_j \in Y_j$ é eficiente se não existir $y'_j \in Y_j$ tal que $y'_j > y_j$. Um plano de produção eficiente pertence à fronteira do conjunto de produção. Naturalmente, o produtor deve operar sobre a fronteira de produção eficiente.

Na Fig. 2-2, considera-se o caso $l = 2$. Os pontos A, B e C correspondem a diferentes planos de produção. Os pontos $A = (-3; 2,5)$ e $B = (-6; 5)$ são eficientes enquanto que $C = (-9; 5)$ não é

eficiente, pois, para a mesma quantidade de saída que apresenta B , necessita de mais quantidade de entrada, na verdade verifica-se $(-6;5) > (-9;5)$.

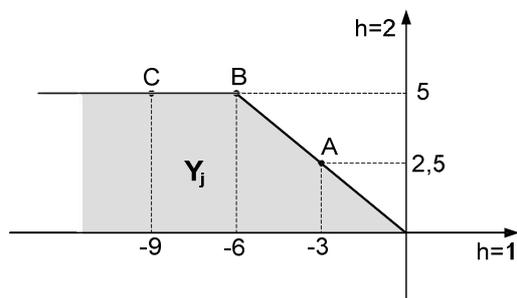


Fig. 2-2: Produções eficientes e não eficientes.

2.1.3. Rendimentos à escala

Considere-se o produtor j , com um plano de produção dado por:

$$y_j = (-a_{1j}; -a_{2j}; -a_{3j}; -a_{4j}; -a_{5j}; a_{6j}; a_{7j}; a_{8j})$$

Este plano de produção pode ser ilustrado pela Fig. 2-3 que representa o aparelho produtivo.

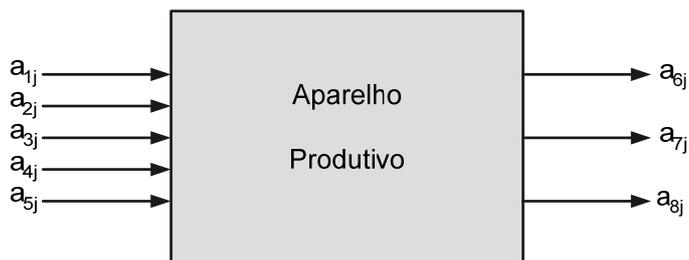


Fig. 2-3: Aparelho produtivo.

Variando as quantidades das entradas, pretende saber-se como variam as quantidades das saídas.

Esta informação é estabelecida através da noção de rendimentos à escala.

Rendimentos constantes à escala

Um conjunto de produção Y_j exibe rendimentos constantes à escala se: qualquer que seja $y_j \in Y_j$

e qualquer que seja $\lambda > 0$ então $\lambda y_j \in Y_j$

O escalar λ pode ser interpretado como uma mudança na escala de produção.

A Fig. 2-4 apresenta, para $l = 2$, a situação de rendimentos constantes à escala.

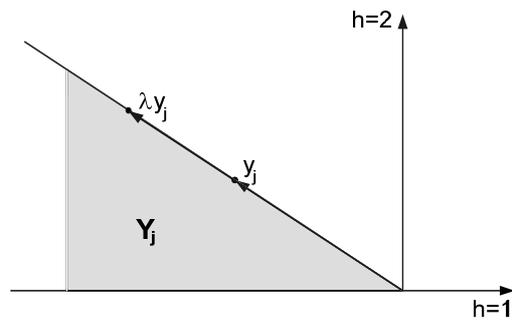


Fig. 2-4: Exemplo de rendimentos constantes à escala.

Dado $y_j = (-4,3) \in Y_j$, com $\lambda = 2$ obtém-se $\lambda y_j = (-8;6) \in Y_j$.

Com rendimentos constantes à escala é indiferente a escala do aparelho produtivo.

Rendimentos crescentes à escala

Um conjunto de produção Y_j exibe rendimentos crescentes à escala se: qualquer que seja $y_j \in Y_j$

e com $\lambda \geq 1$ então $\lambda y_j \in Y_j$.

Com esta definição será mais razoável designar rendimentos não decrescentes à escala.

A Fig. 2-5 apresenta, para $l = 2$, duas situações de rendimentos crescentes à escala. Na situação a), o plano de produção $y_j = (0,0)$ é possível, enquanto que na situação b) a origem não pertence ao respectivo conjunto de produção. Esta última situação acontece quando, por exemplo, a produção só é possível a partir de um dado nível de utilização de uma dada entrada.

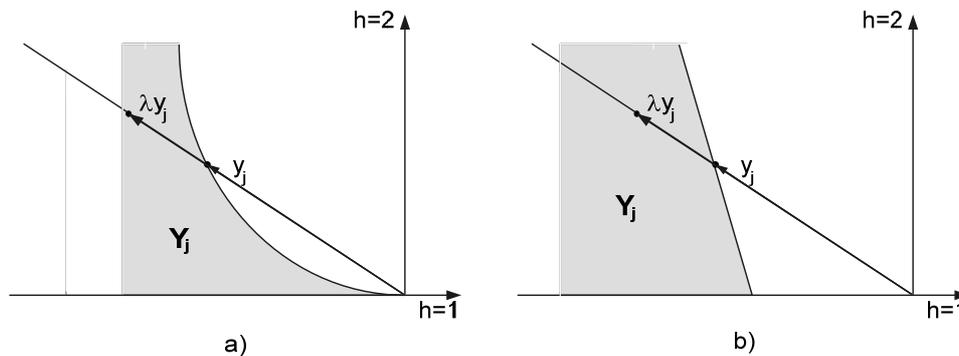


Fig. 2-5: Exemplos de rendimentos crescentes à escala.

Se o conjunto de produção apresenta rendimentos crescentes à escala, então pode afirmar-se:

- 1 se a escala de produção é aumentada no sentido em que todas as entradas são multiplicadas por $\lambda \geq 1$, então todas as saídas aumentam, pelo menos, proporcionalmente;
- 2 não há ganhos com uma diminuição da escala de produção; existem situações em que não é possível reduzir a escala de produção, por exemplo, no caso da existência de indivisibilidades;

- 3 refira-se que com a definição dada de rendimentos crescentes à escala, não se garante que haja um ganho na relação saída/entrada, pois a definição abrange o caso de rendimentos constantes à escala. Normalmente, quando se refere a rendimentos crescentes à escala, considera-se que a produção não exhibe rendimentos constantes à escala;
- 4 o conjunto de produção com rendimentos crescentes à escala é, em geral, não convexo.

Rendimentos decrescentes à escala

Um conjunto de produção Y_j exhibe rendimentos decrescentes à escala se: qualquer que seja

$y_j \in Y_j$ e com $\lambda \leq 1$ então $\lambda y_j \in Y_j$.

Com esta definição será mais razoável falar em rendimentos não crescentes à escala.

A Fig. 2-6 apresenta, para $l = 2$, uma situação de rendimentos decrescentes à escala.

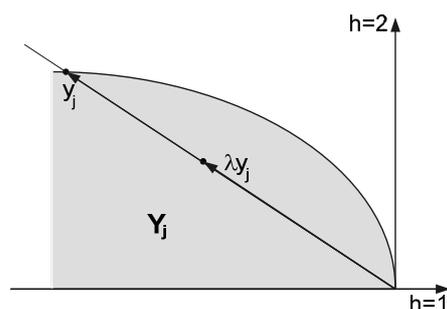


Fig. 2-6: Exemplo de rendimentos decrescentes à escala.

Se o conjunto de produção apresenta rendimentos decrescentes à escala, então pode afirmar-se:

- 1 normalmente, quando se refere rendimentos decrescentes à escala, considera-se os que satisfazem esta definição e não apresentam rendimentos constantes à escala;
- 2 para se obter um conjunto de produção convexo que contenha a origem é necessário que ele apresente rendimentos decrescentes ou constantes à escala;
- 3 os conjuntos de produção convexos apresentam interessantes propriedades topológicas que são fundamentais no desenvolvimento da tradicional teoria do equilíbrio geral.

2.2. A FUNÇÃO DE PRODUÇÃO DO PRODUTOR

O produtor j , uma empresa, é caracterizado por um aparelho produtivo, como indicado na Fig. 2-3.

O seu plano de produção pode ser apresentado do seguinte modo:

$$y = (-a_1; -a_2; -a_3; -a_4; -a_5; f_1; f_2; f_3) \quad (2.1)$$

com

$$f_1 = f_1(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5), f_2 = f_2(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5) \text{ e } f_3 = f_3(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$$

O índice j é omitido de modo a simplificar a exposição.

O número de entradas e de saídas do plano de produção depende do processo produtivo. Por simplicidade, assume-se que a empresa produz uma única saída, $f = f_1$. Na produção, a empresa utiliza várias entradas (inputs): terra, materiais, equipamentos, trabalho, etc. Estes produtos de entrada são designados por factores de produção. Estes, na sua globalidade, são representados pelo vector não negativo v :

$$v = (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5) = (v_1, v_2, v_3, v_4, v_5) \quad (2.2)$$

Com o vector v dos factores de produção, o plano de produção é dado por:

$$y = [-v, f(v)] \quad (2.3)$$

Face à Fig. 2-3, o processo produtivo em análise é uma simplificação, Fig. 2-7.

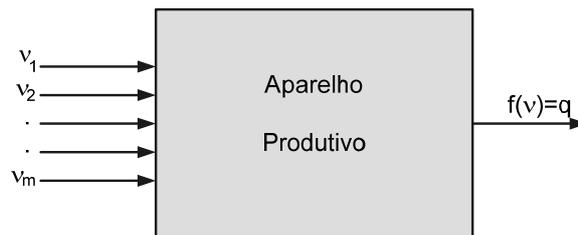


Fig. 2-7: Aparelho produtivo simplificado.

A técnica de produção é descrita pela função de produção, $q = f(v)$, que se assume duplamente diferenciável. Ela descreve a máxima saída que pode ser obtida para um dado vector de entrada. É uma descrição da produção eficiente e, naturalmente, envolve um problema de optimização. A função de produção descreve a fronteira dos pontos de produção eficiente, possíveis no espaço de dimensão $m + 1$. Recorde-se que se tem uma saída e m entradas.

Nos conjuntos de produção descritos nas Figs. 2-4, 2-5 e 2-6, a fronteira eficiente coincide com o limite do conjunto de produção.

O conjunto dos valores de v (entradas) para os quais $q = f(v)$ (saída) apresenta o mesmo valor é chamado isoquanta. Para o caso do vector das entradas apresentar a dimensão $m = 2$, a Fig. 2-8 contém uma representação gráfica das isoquantas.

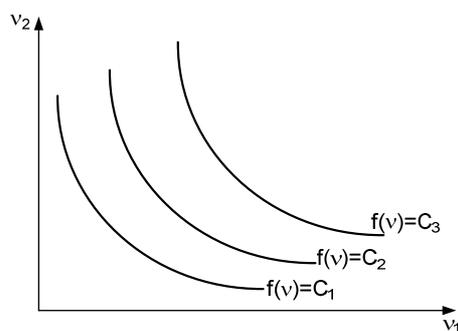


Fig. 2-8: Gráfico das isoquantas.

As isoquantas são convexas em relação à origem, isto é, considera-se que o conjunto das entradas capaz de produzir um dado valor de saída é convexo. No plano definido por duas entradas v_k e v_i , se se caminhar ao longo de uma isoquanta, naturalmente, com as outras entradas constantes, permutando v_k com v_i , tem-se:

$$df = \frac{\partial f}{\partial v_k} dv_k + \frac{\partial f}{\partial v_i} dv_i = 0 \quad (2.4)$$

Este resultado estabelece:

$$\frac{\frac{\partial f}{\partial v_k}}{\frac{\partial f}{\partial v_i}} = - \frac{dv_i}{dv_k} \quad (2.5)$$

ou

$$\dot{f}v_k / \dot{f}v_i = - dv_i / dv_k \quad (2.6)$$

O declive da isoquanta estabelece o rácio para o qual se pode substituir a entrada k pela entrada i .

Considere-se, por exemplo, a terra e o trabalho na agricultura, com as outras entradas constantes. Quanto há muita terra e pouca gente para a trabalhar, a adição de mais um trabalhador aumenta a colheita significativamente, enquanto que a adição de mais terra é relativamente improdutivo, porque não há mais gente para a trabalhar. Por outro lado, à medida que nos movemos sobre a isoquanta e nos situamos num ponto onde a terra é escassa e há muita gente, a adição de mais um trabalhador é relativamente improdutivo, enquanto que a existência de mais terra é produtiva. Este fenómeno, o produto marginal de um dado factor diminui à medida que o rácio do factor relativamente aos outros factores aumenta, é designado por Lei dos Rendimentos Decrescentes.

2.3. MINIMIZAÇÃO DO CUSTO

O produtor, a empresa, compra (ou aluga) as suas entradas; o preço da entrada i é dado por w_i . Ele procura produzir eficientemente, não apenas no sentido técnico da sua função de produção, mas também na escolha correcta da combinação das suas entradas de modo a minimizar os custos de produção, para uma dada quantidade da saída. O Lagrangeano é dado por:

$$L = w \circ v - \lambda[f(v) - q] \quad (2.7)$$

Note-se que a empresa pode ter, e normalmente tem, um custo que é invariante com a operação, isto é, com a quantidade da saída produzida. Tal custo fixo da operação é A . Naturalmente, ele não entra no processo da optimização da operação.

O extremo, mínimo, verifica-se quando:

$$\frac{\partial L}{\partial v_i} = 0 \quad (2.8)$$

o que estabelece:

$$w_i = \lambda \frac{\partial f}{\partial v_i} \quad (2.9)$$

O resultado anterior conduz à seguinte relação

$$\frac{\frac{\partial f}{\partial v_k}}{\frac{\partial f}{\partial v_i}} = \frac{w_k}{w_i} \quad (2.10)$$

A razão de substituição marginal entre dois quaisquer factores é igual ao rácio dos seus preços.

O multiplicador de Lagrange, λ , é a derivada do custo minimizado em relação à saída:

$$\lambda = \frac{\partial L}{\partial q} \quad (2.11)$$

No gráfico das isoquantas, a empresa desloca-se sobre a isoquanta correspondente a q até que encontre a situação onde se verifica o menor custo dos factores. Na Fig. 2-9, o produtor desloca-se sobre a isoquanta até atingir a linha onde se verifica o menor valor de $w \circ v$; a solução ocorre no ponto de tangência, no ponto P .

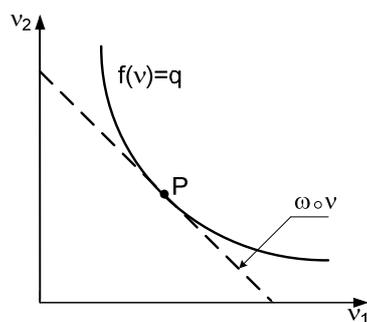


Fig. 2-9: Minimização do custo de operação.

Na situação do custo minimizado, ponto P da Fig. 2-9, o valor do custo da produção é uma função de q e w . Assim, na situação otimizada é possível construir a função de custo: $C(q, w)$.

2.4. OS CUSTOS DO PRODUTOR

Deve distinguir-se o curto-prazo onde as quantidades de alguns factores são fixas e o longo prazo definido como o período de tempo a partir do qual todos os factores podem ser variados livremente, pelo menos, em teoria.

Com a empresa em operação, considere-se o curto-prazo, a função de custo, $C(q, w)$, resulta da minimização dos custos passíveis de serem otimizados. No caso geral, o custo total da empresa para produzir q é dado pela soma do custo de produzir q com os preços dos factores, dados por w , mais o custo fixo, designado por A :

$$C_T = A + C(q, w) \quad (2.12)$$

Conhecido o custo total, C_T , para produzir uma dada quantidade do produto de saída, q , tendo, naturalmente, em conta o custo fixo e os preços dos factores, é importante saber o custo por unidade do produto de saída, isto é, o custo médio:

$$\bar{C}_{medio}(q, w) = \frac{C_T}{q} \quad (2.13)$$

Se o produtor vender a unidade do produto de saída ao preço p , e se $p < \bar{C}_{medio}$, então ele não conseguirá sobreviver no longo prazo. Com $p \geq \bar{C}_{medio}$, naturalmente, está assegurada a viabilidade.

O valor do custo médio é importante para a empresa; no entanto, outros conceitos devem ser introduzidos, nomeadamente, os que fornecem indicações à empresa no curto-prazo. Por exemplo,

se se verifica $p < \bar{C}_{medio}$ deve a empresa abandonar a actividade? Não necessariamente, pois tal situação pode ser temporária e, mesmo que seja permanente, o abandono da actividade pode, em certas circunstâncias, acarretar mais prejuízos do que a manutenção da actividade, como iremos ver.

Consideremos o valor do custo total, correspondente a q e w . Se em torno deste ponto de funcionamento considerarmos pequenas variações, podemos escrever:

$$C_T + \Delta C_T = A + C(q + \Delta q, w + \Delta w) \quad (2.14)$$

$$C_T + \Delta C_T \cong A + C(q, w) + \frac{\partial C}{\partial q} \Delta q + \frac{\partial C}{\partial w_1} \Delta w_1 + \dots + \frac{\partial C}{\partial w_m} \Delta w_m \quad (2.15)$$

o que estabelece:

$$\Delta C_T \cong \frac{\partial C}{\partial q} \Delta q + \frac{\partial C}{\partial w_1} \Delta w_1 + \dots + \frac{\partial C}{\partial w_m} \Delta w_m \quad (2.16)$$

Deste modo, temos a variação do custo total que resulta da variação da quantidade do produto de saída ou das variações dos preços dos factores de produção. A equação (2.16) pode ser descrita através do seguinte diagrama de blocos que ilustra relações causais.

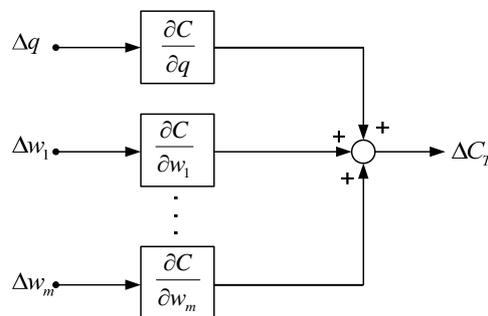


Fig. 2-10: Variação do custo total.

A Fig. 2-10 ilustra que a variação do custo total depende não só da variação da quantidade de saída, q , mas também das variações dos preços dos factores, w . É habitual considerar a análise com os preços dos factores constantes, que corresponde ao que as empresas fazem na prática, quando limitam a validade da sua oferta a um dado período, no qual consideram razoável aceitar que os preços dos factores de produção são constantes. Com esta condição a análise torna-se mais simples:

$$\Delta C_T \cong \frac{\partial C}{\partial q} \Delta q \quad (2.17)$$

O custo incremental $(\Delta C_T / \Delta q)$ é aproximadamente igual ao custo marginal (dC/dq) . Este valor é, também, o multiplicador de Lagrange definido anteriormente.

Assumindo que os preços dos factores não variam, o custo marginal é dado por:

$$c_{\text{marg}} = \frac{dC_T}{dq} = \frac{dC}{dq} \quad (2.18)$$

Este valor traduz o custo de produzir mais uma unidade da quantidade de saída. É um conceito dinâmico determinante na análise de curto prazo.

Se o produtor vender a unidade do produto de saída ao preço p , e se $p < c_{\text{marg}}$, então ele deve baixar a produção. Com $p > c_{\text{marg}}$ deve aumentar a produção.

2.5. OS CUSTOS DO PRODUTOR COM PREÇOS DOS FACTORES DE PRODUÇÃO CONSTANTES

Como já se referiu anteriormente, considera-se que o produtor assume que, durante um certo período, os preços dos factores de produção são constantes. Esta hipótese facilita a análise, mas traduz, também, a realidade vivida pelas empresas, como já foi referido.

Como se referiu no Capítulo 1, a produção tem lugar ao longo do tempo. O produto de saída com a quantidade q é caracterizado pela data da sua disponibilidade; no entanto, nem todas as entradas para a sua produção têm a mesma data. No caso geral, para a produção de q numa dada data, temos factores de produção com a referida data e outros factores que são consumidos mas que foram introduzidos no passado.

Pode afirmar-se que, no caso geral, a produção de q ocorre com um custo total, C_T , constituído por duas parcelas; uma correspondente ao custo fixo, A , e a outra associada ao custo variável com a quantidade, $C(q)$:

$$C_T(q) = A + C(q) \quad (2.19)$$

A Fig. 2-11 ilustra o comportamento típico da evolução do custo total do produto de saída em função da sua quantidade, com os preços dos factores de produção constantes.

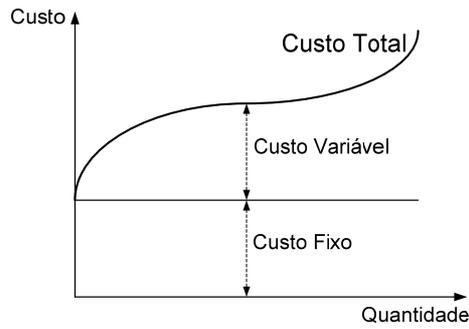


Fig. 2-11: Evolução do custo total.

Os custos apresentados na Fig. 2-11 são globais, isto é, referem-se à totalidade da produção. Como sabemos do ponto anterior, 2.4., em certas aplicações é mais conveniente conhecer o custo médio, \bar{C}_{medio} , isto é, o custo por unidade de quantidade da saída e o custo marginal, c_{marg} , isto é, o custo da última unidade da quantidade de saída:

$$\bar{C}_{medio} = \frac{A + C(q)}{q} \quad (2.20)$$

$$c_{marg} = \frac{dC_T}{dq} = \frac{dC(q)}{dq} \quad (2.21)$$

O custo variável médio, isto é, o custo variável por unidade de saída é dado por:

$$\bar{C}_v = \frac{C(q)}{q} \quad (2.22)$$

Este último custo é um conceito com menos utilidade que o custo médio e o custo marginal.

A Fig. 2-12 apresenta os custos unitários, subjacentes à Fig. 2-11.

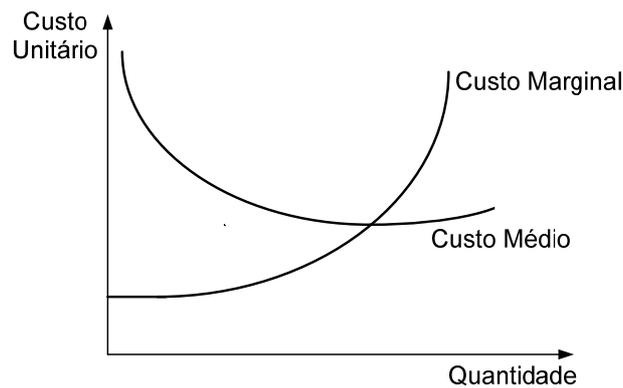


Fig. 2-12: Custos unitários.

Nas condições verificadas na Fig. 2-12, o valor do custo médio, \bar{C}_{medio} , é decrescente, pelo menos numa gama inicial de q . Deste modo, se existir um extremo, será um mínimo que se verifica quando:

$$\frac{d\bar{C}_m}{dq} = \frac{d}{dq} \left[\frac{A + C(q)}{q} \right] = 0 \quad (2.23)$$

A condição anterior estabelece:

$$\frac{dC(q)}{dq} = \frac{A + C(q)}{q} \quad (2.24)$$

Assim, o mínimo do custo médio, se existir, verifica-se quando o valor do custo médio é igual ao valor do custo marginal.

Se na gama de produção da empresa, isto é, quando q varia desde 0 até q_{\max} , o custo médio é sempre decrescente, então não existe ponto de inflexão. Nesta situação o custo marginal é sempre inferior ao custo médio, Fig. 2-13.

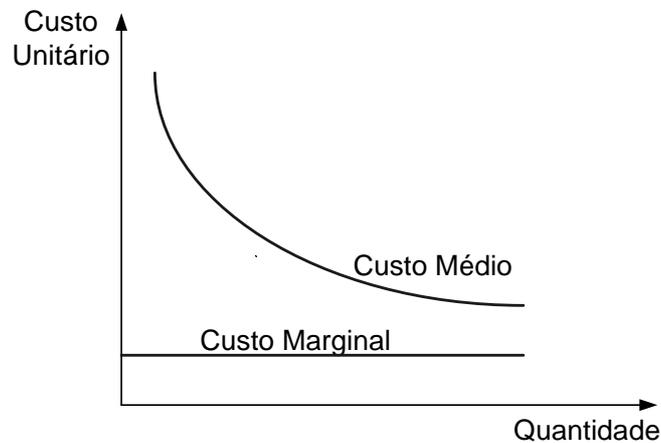


Fig. 2-13: Produção com $\bar{C}_{medio} > c_{marg}$.

As curvas de custo da empresa dependem da respectiva função de produção.

Sob rendimentos constantes à escala, as relações entre a saída e as entradas são linhas rectas que passam pela origem, o custo marginal é constante. Com rendimentos decrescentes à escala, o custo marginal é crescente. Os rendimentos crescentes à escala verificam-se quando o custo marginal é decrescente ou constante.

No conjunto dos produtores não existe uma função de produção universal. E, mesmo uma dada empresa pode, ao longo do tempo, variar a sua função de produção e, naturalmente, a sua função de custo. Por exemplo, a introdução de novas tecnologias no processo produtivo altera a função de custo da empresa.

Numa empresa deve distinguir-se o curto-prazo no qual as quantidades de alguns factores são fixas e o longo-prazo definido como o intervalo de tempo a partir do qual todos os factores podem ser variados livremente.

2.6. OS CUSTOS DE OPORTUNIDADE E AS RENDAS

A função do custo total da empresa inclui todos os factores de produção e, naturalmente, inclui também o custo de capital. Isto significa que o custo inclui o rendimento do capital investido. Este é, fundamentalmente, o custo de oportunidade do capital, o rendimento, que o fundo investido no negócio, poderia receber noutra aplicação. O retorno é parte do custo.

O tratamento do custo de oportunidade do capital é, porém, parte de um ponto mais geral, o tratamento dos custos de oportunidade dos factores de produção que envolve as designadas rendas.

Uma fábrica da empresa está situada num sítio muito favorável, perto dos consumidores ou perto de uma fonte de matéria-prima, por exemplo. A empresa terá vantagem sobre os seus rivais. Uma tal vantagem não é propriamente considerada um custo. Em princípio, a empresa pode alugar o sítio a outra empresa e obter desta os frutos da vantagem enunciada. A oportunidade de poder fazer isto estabelece um custo de oportunidade; com efeito, a empresa arrenda o sítio a ela própria à máxima renda que poderia obter do exterior. O dinheiro extra que a localização lhe aporta não resulta do processo de produção, mas da renda do sítio. Esta renda deve ser incluída no custo quando se analisa as actividades de produção da empresa.

As rendas das terras não são a única espécie de rendas. O custo de oportunidade do capital é um fenómeno similar. Assim é, com a presença de um proprietário talentoso de uma dada empresa, que poderia ganhar um alto ordenado se trabalhasse para o exterior. Há outros exemplos. Naturalmente, muitas destas rendas não são imputadas explicitamente, mas se o forem, elas são, normalmente, assimiladas a custos fixos.

2.7. A CURVA DE OFERTA DO PRODUTOR

O objectivo é determinar a curva de oferta do produtor j , isto é, o preço de uma unidade do produto de saída, p_{sj} , em função da quantidade do produto de saída, q_j .

Nesta fase iremos preocuparmo-nos apenas com os custos de produção, apresentados anteriormente, e não abordaremos outros condicionalismos a que está submetido o produtor, apesar destes poderem ser determinantes, como se verá mais tarde.

A problemática dos custos de produção apresentada teve por objectivo a minimização destes custos. Deste modo, aceita-se que a empresa opera de forma eficiente quer tecnicamente, através da escolha do melhor processo produtivo, quer economicamente, através da selecção dos factores de produção, tendo em conta os seus preços.

Tendo em conta os resultados desenvolvidos em 2.4., pode estabelecer-se as linhas gerais para a elaboração de uma curva de oferta, tendo em atenção os custos, variáveis e fixos, suportados pela empresa.

Para assegurar a sustentabilidade da empresa no curto-prazo, pelo menos os custos variáveis devem ser recuperados através da venda do produto de saída. Esta condição impõe:

$$p_{sj}(q_j) \geq c_{marg}(q_j) \quad (2.25)$$

Para assegurar a sustentabilidade da empresa no longo-prazo, os custos fixos e os custos variáveis devem ser recuperáveis através da venda do produto de saída. Esta condição impõe:

$$p_{sj}(q_j) \geq \bar{C}_{medio}(q_j) \quad (2.26)$$

Como já se afirmou, a curva de custo da empresa depende da respectiva função de produção e esta não é universal para todos os produtores⁶, como as Figs 2-12 e 2-13 ilustram.

Na situação de rendimentos não-crescentes à escala, a sustentabilidade no curto e longo-prazo está assegurada desde que se verifique:

$$p_{sj}(q_j) \geq c_{marg}(q_j) \geq \bar{C}_{medio}(q_j) \quad (2.27)$$

Na Fig. 2-14 a, b apresentam-se duas situações onde a condição anterior se verifica (curva a traço espesso).

⁶ Se o preço é igual ao custo marginal, então a sustentabilidade da empresa só está garantida se os rendimentos à escala forem não crescentes. Para a situação de rendimentos crescentes à escala, a aplicação do princípio do preço ser igual ao custo marginal, como defende Hotelling [1], gera um deficit que deve ser financiado, por exemplo, com o recurso a impostos sobre o orçamento. Esta questão é sumariamente abordada em Quinzii [1]

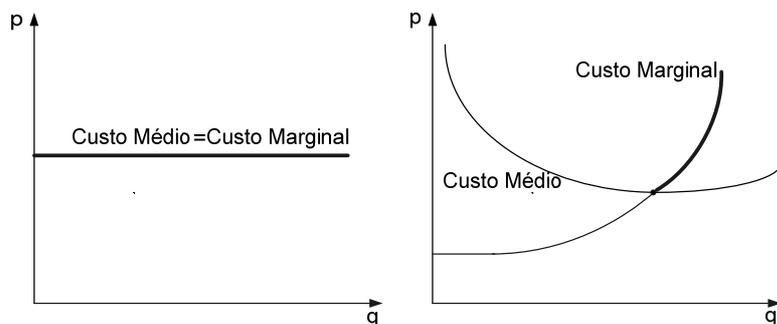


Fig. 2-14: Curvas de oferta do produto com rendimentos não crescentes à escala.

Na situação de rendimentos crescentes à escala, verifica-se que o custo marginal é inferior ao custo médio. Se se associa o preço de venda ao custo marginal, o volume de receitas é insuficiente para pagar o custo total de produção. A sustentabilidade da empresa, no longo prazo, só está garantida se:

$$p_{sj}(q_j) \geq \bar{C}_{medio}(q_j) \quad (2.28)$$

A Fig. 2-15 apresenta a situação descrita, na qual a curva do custo médio tem um traço mais espesso.

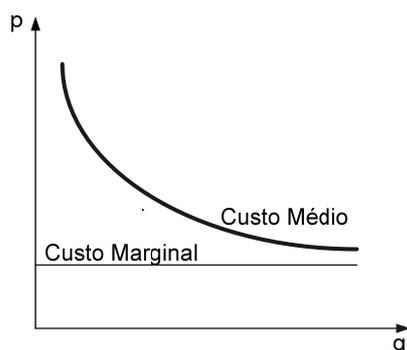


Fig. 2-15: Curva de oferta do produtor com rendimentos crescentes à escala.

Considerando que os preços dos factores de produção são constantes, então o produtor apresenta uma curva de oferta que ilustra o preço unitário da saída em função da quantidade. A curva de oferta foi desenvolvida com base no custo total de produção. Deste modo, satisfaz-se o critério de sustentabilidade no longo prazo.

Um outro aspecto importante a reter, é que não há uma só forma típica para a curva de oferta; o seu andamento depende, nomeadamente, dos rendimentos à escala do processo produtivo.

2.8. CONDICIONANTES DO PROCESSO PRODUTIVO

Na literatura económica, muitas vezes defende-se que, em geral, os processos produtivos apresentam rendimentos não-crescentes à escala. Esta postura deriva da teoria neo-clássica se fundamentar em conjuntos de produção convexos; mas este facto nem sempre é observado

empiricamente. Como se afirmou anteriormente, não há uma forma típica para a curva de oferta para a generalidade dos produtores. Este aspecto deve ser tido em conta pela Microeconomia.

A possibilidade de replicar (ou não) o processo produtivo, a tecnologia do processo e a utilização da informação, são determinantes para que certos sectores produtivos apresentem rendimentos não-decrescentes à escala, pelo menos temporariamente. Aspectos significativos da tecnologia do processo e da informação são apresentados seguidamente.

2.8.1. Regra do cubo-quadrado⁷

Existem razões estritamente físicas que podem levar à existência de economias de escala, nomeadamente, a chamada regra do cubo-quadrado. Em alguns processos produtivos, o custo aumenta com o quadrado de uma dada variável, enquanto a capacidade aumenta com o cubo dessa variável. Encontram-se exemplos na construção de silos e oleodutos onde o custo de construção depende da área das paredes, enquanto a capacidade produtiva depende do volume de construção.

2.8.2. Informação

2.8.2.1. Introdução

A informação é um bem económico, pois tem um custo e tem um valor. No entanto, ela apresenta especificidades próprias que a distinguem de outros bens.

A informação tem um custo. Mesmo a mais elementar, como seja, por exemplo, a comparação de preços de um bem homogéneo em diferentes supermercados, requer, pelo menos, tempo.

A informação tem um valor. Mesmo a mais elementar, como a referida no parágrafo anterior, fornece um valor ao seu detentor: comprar o referido bem homogéneo ao menor preço.

Naturalmente, se a informação tem um valor e tem um custo, pode então definir-se o proveito da detenção da informação.

⁷ José Mata, na referência Economia da Empresa, designa por regra do cubo-quadrado a economia de escala cuja descrição é apresentada no texto. Economias de escala similares acontecem noutros ramos da tecnologia, por exemplo, nas engenharias electrotécnica, mecânica, etc.

Ter a informação é possuir o produto informação, que não se esgota e que pode ser vendido ou cedido a terceiros e continua sem se esgotar. No entanto, a sua difusão pode reduzir o seu valor. E isto é um problema, como se verá mais adiante.

É importante ainda referir o seguinte: o custo da informação, pelo menos ex-post, é fácil de quantificar. No entanto, o seu valor (e também o proveito resultante) depende do utilizador ou utilizadores da informação. Para o consumidor estabelecer as suas preferências é fundamental deter informação que, volta a repetir-se, tem um custo. O mesmo acontece com as empresas na aquisição dos factores de produção. A minimização destes custos (de transacção) coloca-se, por vezes, com acuidade, originando mesmo alterações da organização industrial, por exemplo, a verticalização de certos sectores industriais, Arrow [1].

Na empresa, a informação técnica é uma característica intrínseca do processo produtivo que, normalmente, não é um factor de produção estacionário.

2.8.2.2. Características da informação

As características da informação enquanto bem físico, um sinal contínuo ou discreto, são bem especificadas na Teoria da Informação. Nas últimas décadas assistiu-se a um espectacular desenvolvimento no processamento e transmissão da informação. O sector económico, mesmo no sentido restrito do termo, tem sentido aquele desenvolvimento.

Hoje, quase pode afirmar-se que há só um lugar para o produto informação. O tempo, pelo contrário, é determinante, mesmo na Teoria da Informação. Quando se afirma que há um único lugar para a informação, significa que actualmente, transmitir uma informação, um sinal, tem baixos custos e é quase instantânea a sua difusão.

Mas a informação significa mais do que o seu suporte físico. É o conteúdo que ela incorpora, cuja utilidade depende do agente receptor e do instante em que é recebida. É um bem intangível cuja medida é difícil de propor. No entanto, o seu valor pode ser estabelecido pelo seu detentor.

K. Arrow afirma o seguinte: “A teoria económica dominante de Ricardo a Arrow-Debreu não fez praticamente nenhuma referência explícita à informação. Certos autores, que constituem excepções importantes, sugerem uma relação entre informação e rendimentos à escala. Adam Smith oferece vários argumentos sobre a eficiência superior permitida pela divisão do trabalho; outros referem-se à aquisição de qualificações - que são uma forma de informação - obtidas na prática. De maneira

similar, Alfred Marshall faz igualmente alusão à aquisição e à transmissão de informação como factores explicativos do decréscimo das funções de oferta dos sectores industriais”.

É muito interessante o reconhecimento por parte de K. Arrow que a teoria dominante (Arrow-Debreu) não explicita o papel da informação. Na verdade, se estamos no equilíbrio geral, o nosso consumidor não necessita de comparar os preços no supermercado, nem o produtor se preocupa com os custos dos factores de produção; eles estão estabelecidos no equilíbrio geral!

F. Fisher^[1] recorda-nos a posição de Joseph Schumpeter^[1] que atribuía ao empresário inovador, o papel motor do crescimento económico e da mudança. Na teoria de Schumpeter, o inovador original, se bem sucedido, é seguido pelos imitadores cujas acções, eventualmente, provocam um decaimento dos lucros da actividade inovadora e com a inovação completamente absorvida por todos, o equilíbrio estacionário é restaurado até que nova descoberta apareça.

Enfim, cada vez que se introduz informação no processo produtivo, através da formação, da aprendizagem, de uma nova técnica, etc. há aumento dos rácios de produção que podem conduzir a rendimentos crescentes à escala.

O uso da informação não a gasta, mas a sua difusão por outros (imitadores) degrada o seu valor. Os direitos de propriedade sobre a informação, as patentes e os direitos de autor, diferem dos direitos de propriedade habituais.

A informação técnica necessária para a produção é comprada uma única vez. A mesma informação pode, normalmente, ser usada qualquer que seja a escala de produção. Neste aspecto, há uma forma extrema de rendimentos crescentes à escala.

CONSUMIDORES

3.1. INTRODUÇÃO

No Capítulo 2 estudou-se a classe dos produtores; no presente Capítulo será analisada outra classe de agentes, a dos consumidores.

O objectivo de um consumidor é estabelecer um plano de consumo, tendo em conta as limitações impostas à sua escolha, nomeadamente, as orçamentais. O plano de consumo é uma acção do consumidor que especifica as quantidades dos produtos requeridas por ele, de modo a obter a maior satisfação. Por convenção, as entradas de um consumidor são números positivos, enquanto que as suas saídas são números negativos.

O critério de máxima satisfação, tendo em conta as restrições a que o consumidor está submetido, parece aceitável.

Tal como apresentado no Capítulo 1, cada produto h , considerado como uma entrada ou como uma saída, tem associado um preço p_{hi} visto pelo consumidor i .

3.2. A FUNÇÃO UTILIDADE E AS SUAS PROPRIEDADES

3.2.1. Conjunto de consumo

O consumidor é o agente económico que escolhe e executa um plano de consumo. Considera-se que existem m consumidores, cada um referenciado por um índice, $i = 1, \dots, m$. Para o consumidor de ordem i , o plano de consumo é uma especificação das quantidades das suas entradas e das suas saídas, cujos sinais, positivos ou negativos, dependem da convenção apresentada no ponto anterior. Assim um plano de consumo, uma acção, é representado por um ponto x_i no espaço R^l , dos produtos.

Sendo x_i um vector de consumo do consumidor i , o conjunto X_i de todas as acções de consumo possíveis para o consumidor i designa-se por conjunto de consumo do consumidor. As entradas do plano de consumo são as componentes do vector de consumo relativas a bens e serviços efectivamente consumidos, enquanto que as componentes de saída referem-se, fundamentalmente, ao trabalho fornecido pelo consumidor.

Em geral, as entradas e as saídas de um consumidor, consideradas no espaço R^l são em número relativamente pequeno face à globalidade dos produtos, isto é, a maior parte das componentes de x_i são nulas. Simplificando, considere-se apenas dois produtos, $l = 2$, o trabalho e um produto alimentar por exemplo; a Fig. 3-1 apresenta o conjunto de consumo de um consumidor.

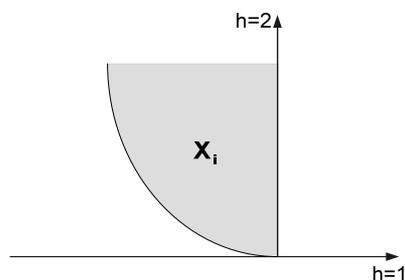


Fig. 3-1: Conjunto de consumo para $l = 2$.

3.2.2. A função utilidade e as curvas de indiferença

As preferências do consumidor são descritas usando uma função de utilidade, $U(x)$, estabelecida pela condição seguinte: $U(x) > U(x')$ se o consumidor prefere x a x' , $U(x) = U(x')$ significa que o consumidor é indiferente na escolha entre x e x' .

Note-se que, por simplificação na apresentação, o índice do consumidor não é explicitado.

A função utilidade, $U(x)$, indica apenas como se ordenam as preferências. Este facto pode ser representado através de um gráfico, no qual cada curva estabelece o lugar dos pontos, planos de consumo, para os quais o consumidor é indiferente.

No plano definido pelos produtos a_1 e a_2 , estabelece-se o lugar dos pontos para os quais o consumidor é indiferente, isto é, que apresentam a mesma utilidade $U(x) = U(a_1, a_2) = U_k$, Fig. 3-2.

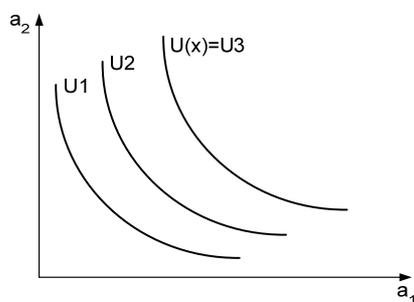


Fig. 3-2: Curvas de indiferença.

Os números associados às diferentes curvas de indiferença não têm uma noção cardinal; permitem, unicamente, ordenar as diferentes curvas.

A forma das curvas de indiferença apresentadas na figura anterior é ilustrativa, mas não universal; na verdade, as curvas de indiferença dependem dos produtos em análise, ver por exemplo: Varian [1] [2], Mateus [1].

3.2.3. Propriedades das funções de utilidade

Para além de admitir a dupla diferenciabilidade, considera-se ainda que a função de utilidade apresenta as propriedades que a seguir se descrevem.

Não saciedade

Se $x \geq x'$ então $U(x) \geq U(x')$

O vector de consumo x tem l componentes $x = (a_1, \dots, a_h, \dots, a_l)$ e o vector x' tem, também l componentes $x' = (a'_1, \dots, a'_h, \dots, a'_l)$, $x \geq x'$ significa que todas as componentes dos dois vectores verificam $a_h \geq a'_h$.

Dado um vector de consumo, se for incrementado a quantidade de uma das suas componentes, mantendo as restantes constantes, obter-se-á um novo vector de consumo, cuja utilidade é superior à do vector inicial. A função utilidade é sempre crescente.

Não-saciedade local

Para qualquer x , na sua vizinhança há um x' tal que $U(x') \geq U(x)$. A aplicação de x em $U(x)$ é uma função e não uma correspondência, isto é, $U(x)$ é uma curva e não uma mancha.

A não saciedade local é uma hipótese muito forte sobre a capacidade de discriminação dos consumidores. A sua aceitação facilita muito a análise.

Convexidade

Se $x' \neq x$ e $U(x') = U(x)$ então, para $0 < k < 1$ tem-se $U[kx' + (1-k)x] > U(x)$. Esta propriedade estipula que as médias são desejáveis. O conjunto dos vectores de consumo com utilidade maior que a definida por uma curva de indiferença é estritamente convexo, ver Fig. 3-2.

3.3. A RESTRIÇÃO DO ORÇAMENTO E A OPTIMIZAÇÃO

Cada consumidor tem uma certa quantia (orçamento), R , e assume um vector de preços de k componentes⁸, onde a componente do produto h é p_h . Quer o orçamento, R , quer as diferentes componentes do vector preço, p , são expectativas, naturalmente não arbitrárias, mas baseadas no passado recente e na valorização do produto estabelecida pelo consumidor.

Considere-se que o orçamento R é obtido por dotações iniciais e pela oferta de produtos, nomeadamente, o trabalho, todos valorizados com o vector de preços considerado. Dadas as hipóteses efectuadas sobre as suas preferências, admite-se que o consumidor gasta todo o seu orçamento. Assim, ele vai procurar maximizar $U(x)$ submetido à restrição orçamental $p \circ x = R$.

Na verdade, dever-se-ia escrever $p_i \circ x_i = R_i$, mas para não adensar a exposição é omitido o índice referente ao consumidor.

Para simplificar a exposição considere-se apenas dois produtos $h = 1$ e $h = 2$, cujas quantidades e preços são dados, respectivamente, por a_1 e p_1 e a_2 e p_2 . A restrição orçamental é dada por:

$$p \circ x = p_1 a_1 + p_2 a_2 = R \quad (3.1)$$

ou

$$a_2 = \frac{R}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} a_1 \quad (3.2)$$

Como se observa através da Fig. 3-3, partindo do eixo das ordenadas, o consumidor desloca-se ao longo da recta da restrição do orçamento, permutando o produto $h = 2$ por $h = 1$, o que faz variar as quantidades a_2 e a_1 . A deslocação verifica-se até que se encontre a mais alta e possível curva de indiferença. Como desenhado, o encontro verifica-se no ponto A, no qual as curvas da restrição do orçamento e de indiferença são tangentes.

⁸ Para facilitar a apresentação, considera-se a hipótese formulada por H. R. Varian[2]: o conjunto do consumo de um consumidor só tem componentes não-negativas. Deste modo, o produto interno $p \circ x$ deixa de ser um valor líquido, porque só inclui as componentes não negativas. As componentes negativas, que correspondem a saídas do consumidor, por exemplo o trabalho, são consideradas no orçamento do consumidor.

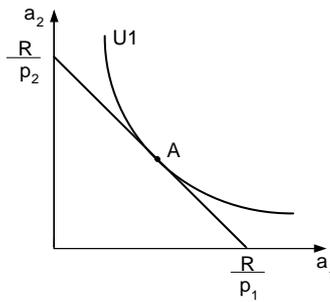


Fig. 3-3: Tangência entre a restrição do orçamento e uma curva de indiferença.

A tangente reflecte o facto do declive da curva de indiferença representar o rácio para o qual o consumidor troca o produto $h = 2$ pelo produto $h = 1$, enquanto que o declive da curva de orçamento estabelece o rácio dos preços dos dois produtos para o qual o consumidor está disponível para trocar $h = 2$ por $h = 1$.

Recordando que o vector preço, p , e o orçamento, R , são os vistos por um dado consumidor, o teorema de optimização com restrição estabelece, para o consumidor em causa, o seguinte Lagrangeano:

$$L = U(x) - \lambda(p \circ x - R) \quad (3.3)$$

com

$$p = (p_1, \dots, p_h, \dots, p_k) \text{ e } x = (a_1, \dots, a_h, \dots, a_k)$$

A maximização de L estabelece:

$$\frac{\partial U}{\partial a_h} = \dot{U}a_h = \lambda p_h \quad (3.4)$$

para $h = 1, \dots, k$

Considerando a expressão anterior, para um par de produtos de índices α e β , obtém-se:

$$\frac{\dot{U}a_\alpha}{\dot{U}a_\beta} = \frac{p_\alpha}{p_\beta} \quad (3.5)$$

Este resultado traduz a situação tangente da Fig. 3-3.

O multiplicador de Lagrange λ pode ser interpretado como a utilidade marginal do rendimento:

$$\frac{\partial U}{\partial R} = \dot{U}_R = \lambda \quad (3.6)$$

A condição (3.4.) conduz a:

$$\frac{\dot{U}a_{\alpha}}{p_{\alpha}} = \frac{\dot{U}a_{\beta}}{p_{\beta}} = \lambda \quad (3.7)$$

Na situação de máxima utilidade submetida à restrição orçamental, verifica-se que as utilidades marginais dos diferentes produtos ponderadas pelos respectivos preços são iguais entre si e ao multiplicador de Lagrange. A condição anterior permite obter:

$$\frac{\Delta U}{p_{\alpha} \Delta a_{\alpha}} \cong \frac{\Delta U}{p_{\beta} \Delta a_{\beta}} \cong \lambda \quad (3.8)$$

a qual significa que, na situação óptima, iguais incrementos de utilidade são obtidos, aproximadamente, com iguais quantias dispendidas com os diferentes produtos. O multiplicador de Lagrange pode ser visto como o custo unitário da utilidade na margem.

3.4. AS FUNÇÕES DE PROCURA

Como já se referiu, com a optimização, cada consumidor define um vector de consumo, x , composto de k componentes. Cada uma destas componentes é um produto, por exemplo de índice h , cuja quantidade procurada pelo consumidor, a_h , é função dos preços, p , e do orçamento, R , do próprio consumidor. Sinteticamente pode escrever-se:

$$a_h = D^h(p, R) \quad (3.9)$$

Contrariamente às funções de utilidade, as funções de procura dadas por (3.9), em princípio, são observáveis. Pelo menos, quando são agregadas as acções dos consumidores, a função da procura agregada pode ser estimada usando métodos econométricos.

É importante analisar as propriedades apresentadas pelas funções de procura. A primeira de tais propriedades é a da continuidade. O efeito de uma mudança nos preços está representado na Fig. 3-4, onde se verifica uma rotação da linha do orçamento. Na situação representada, o preço do produto $a_1 (p_1)$ diminui, enquanto o do produto $a_2 (p_2)$ se mantém, bem como o rendimento. O ponto óptimo desloca-se de A para A' de forma contínua se a variação dos preços for contínua. A forma das curvas de indiferença é determinante para assegurar a continuidade.

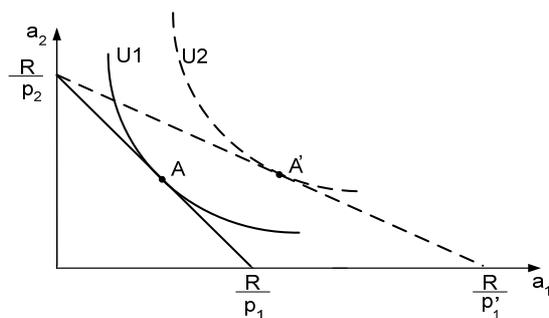


Fig. 3-4: Efeito da variação do preço do produto $h=1$.

As funções de procura são funções homogêneas de grau 0. Na verdade, multiplicando todos os preços por um escalar positivo e multiplicando o orçamento pelo mesmo escalar, então a restrição orçamentária bem como o ponto óptimo permanecem inalterados. Este facto é, por vezes, designado “ausência de ilusão do dinheiro”.

O diferencial da função de procura genérica é dado por:

$$da_h = \dot{D}_{p_1}^h dp_1 + \dots + \dot{D}_{p_h}^h dp_h + \dots + \dot{D}_{p_k}^h dp_k + \dot{D}_R^h dR \quad (3.10)$$

ou em termos de variações:

$$\Delta a_h = \dot{D}_{p_1}^h \Delta p_1 + \dots + \dot{D}_{p_h}^h \Delta p_h + \dots + \dot{D}_{p_k}^h \Delta p_k + \dot{D}_R^h \Delta R \quad (3.11a)$$

Em princípio, as derivadas parciais $\dot{D}_{p_j}^h$ com $j \neq h$ e \dot{D}_R^h são positivas. Com os outros preços constantes, qualquer variação positiva do preço de um produto diferente de h ou a variação positiva do rendimento incrementa o consumo do produto h . Igualmente, com os outros preços constantes, a variação positiva do preço do produto h provoca uma diminuição do seu consumo; $\dot{D}_{p_h}^h$ é negativa, pois para um produto normal o aumento do seu preço provoca uma diminuição da sua quantidade consumida.

A expressão (3.11a) conduz a:

$$\Delta p_h = \frac{1}{\dot{D}_{p_h}^h} \Delta a_h - \frac{1}{\dot{D}_{p_h}^h} \left(\dot{D}_R^h \Delta R + \sum_{j \neq h} \dot{D}_{p_j}^h \Delta p_j \right) \quad (3.11b)$$

Com os preços constantes, excepto o do produto h , e com o rendimento constante, obtém-se:

$$\Delta p_h = \frac{1}{\dot{D}_{p_h}^h} \Delta a_h \quad (3.11c)$$

O declive de curva de procura é negativo, se se admitir que o produto é normal.

No caso geral, em que se admite que todos os preços e o rendimento podem variar, a expressão (3.11b) não permite que sejam obtidas conclusões definitivas!

3.5. A CURVA DA PROCURA

O conceito da função da curva de procura foi apresentado anteriormente. É habitual proceder a simplificações, nomeadamente, manter invariáveis o orçamento e os preços de todos os produtos, excepto o do produto em análise, h . Deste modo, estabelece-se o preço do produto, p_h , em função da quantidade, q_h , requerida pelo consumidor, Fig. 3-6.

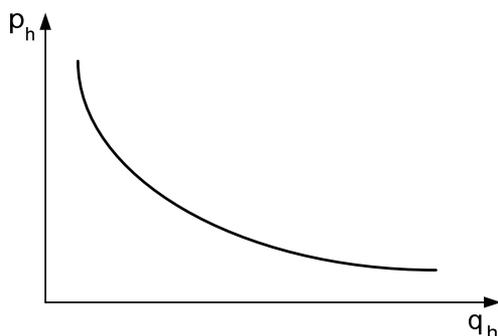


Fig. 3-6: Curva de procura para um produto normal.

Para produtos normais, a curva de procura de um dado consumidor é uma função decrescente: para preços mais elevados a quantidade procurada é menor do que a que se verifica para baixos preços. Esta é a situação mais usual, mas há excepções! Na verdade, há produtos (bens de Giffen) para os quais a curva de procura é uma função crescente.

RELACIONAMENTO ENTRE PRODUTORES E CONSUMIDORES NO MERCADO DE UM PRODUTO

4.1. INTRODUÇÃO

Os primeiros capítulos foram dedicados ao estudo individualizado de duas classes de agentes económicos: os produtores e os consumidores. No presente capítulo, o objectivo é analisar a interacção entre a produção e o consumo. Esta interacção, fundamental no sistema económico, não tem sido uma realidade estática ao longo do tempo.

Comparativamente à situação de há 50 ou 100 anos, hoje temos os mesmos produtos, eventualmente com novas apresentações, mas outros apareceram e surgiram restrições que seriam impensáveis no passado. Na verdade, os produtores procuram responder às novas necessidades, reais ou não, que são sentidas pelos consumidores. As transacções entre consumidores e produtores, precedidos de contratos mais ou menos complexos, têm sido objecto, igualmente, de novos processos.

Aceitando uma definição abrangente para o mercado, pode afirmar-se que o mercado é o elo que permite a troca de um produto por um outro, normalmente a moeda ou um seu sucedâneo. A troca acontece entre produtores e consumidores. Para compreender o relacionamento entre produtores e consumidores, reconhece-se que o último livro de John Hicks, Teoria Monetária do Mercado, é uma obra interessante. Este autor recomenda que deve aceitar-se a existência de um agente especial, o comerciante, que pode fornecer ou comprar o produto. Ele transporta o produto ao longo do tempo e do espaço, o que se revela muito importante na vida económica.

4.2. AGREGAÇÃO DOS PRODUTORES DE UM DADO PRODUTO

Em 2.7. foi analisada a curva de oferta de um produtor. Demonstrou-se que não existe uma curva de oferta geral, mas que cada processo produtivo apresenta uma dada curva de oferta cuja forma, crescente ou decrescente, depende, essencialmente, do tipo de rendimentos à escala que caracteriza o processo.

Deve ainda ter-se em conta que a curva de oferta de cada produtor é uma relação entre o preço e a quantidade do produto, válida num certo período de tempo no qual se assume que os preços dos factores de produção são constantes. Tendo em conta as questões anteriores é possível

estabelecer a oferta global dos produtores de um dado produto, num dado espaço s e num dado período, t .

De modo a facilitar a apresentação, considere-se dois produtores $j=1$ e $j=2$. Cada um apresenta a sua curva de oferta: $p_{S_1}(q_1)$ e $p_{S_2}(q_2)$; pretende obter-se a curva da oferta global. A sua obtenção para um número superior de produtores não levanta problemas significativos. Se ambos os produtores forem caracterizados por rendimentos não-crescentes à escala, a curva da oferta global, do mercado, será crescente com a quantidade, Fig. 4-1.

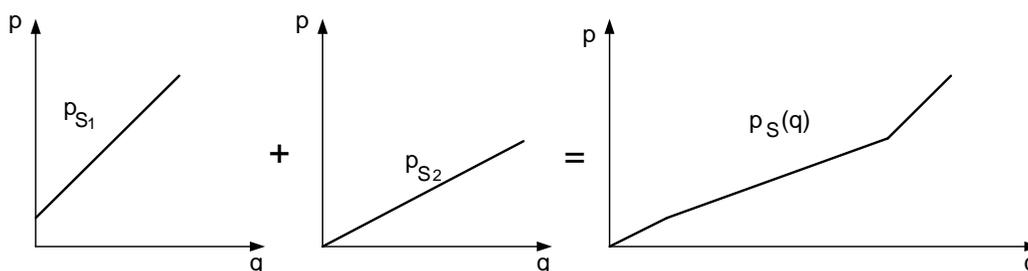


Fig. 4-1: Agregação de ofertas de produtores com rendimentos decrescentes à escala.

A curva da oferta do mercado é obtida a partir das curvas individuais; para um dado preço p somam-se as quantidades oferecidas por cada um dos produtores, obtendo-se a quantidade global para o preço em questão.

Se ambos os produtores forem caracterizados por rendimentos crescentes à escala, a curva de oferta global será decrescente com a quantidade, Fig. 4-2.

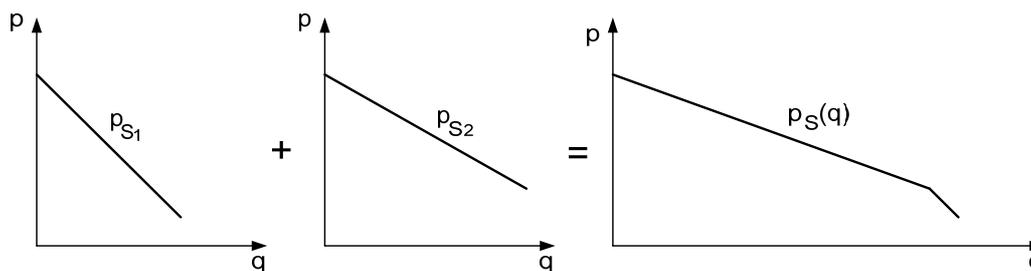


Fig. 4-2: Agregação de ofertas de produtores com rendimentos crescentes à escala.

Será normal considerar que na produção de um dado produto, os diferentes produtores apresentam rendimentos à escala similares; no entanto, nem sempre é assim⁹, Fig. 4-3.

⁹ Existem certos produtos, por exemplo a electricidade, que, com vista à obtenção do custo mínimo, utilizam-se em simultâneo tecnologias muito diferentes, as quais podem estabelecer, num dado período t , uma curva agregada de oferta crescente.

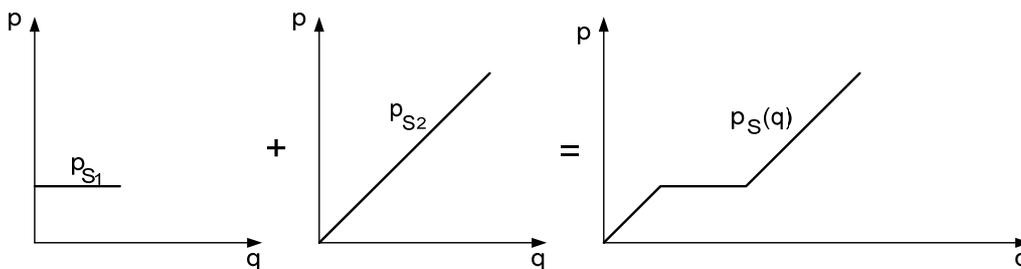


Fig. 4-3: Agregação de ofertas de produtores.

Em resumo, no espaço s e na data t , a curva da oferta da produção relativa a um dado produto é uma função que relaciona o preço do produto visto ou estabelecido pelas empresas, p_S , em função de quantidade oferecida, q .

4.3. AGREGAÇÃO DOS CONSUMIDORES DE UM DADO PRODUTO

No Capítulo 3 foi apresentada, sumariamente, a teoria do consumidor. Esta, à semelhança do que se observa na teoria do produtor, não conduz a uma curva de procura geral.

Deve ser salientado que a curva de procura do consumidor é uma relação entre o preço e a quantidade do produto, válida num certo período no qual se assume que os preços dos restantes produtos e o orçamento do consumidor são constantes. Para os bens ditos normais a relação referida é uma função decrescente; no entanto, os bens de Giffen apresentam uma função crescente, isto é, o aumento do preço verifica-se com o aumento da quantidade procurada.

Considere-se um dado produto normal, para o qual existem dois consumidores $i = 1$ e $i = 2$. Cada um apresenta a sua curva de procura: $p_{D_1}(q)$ e $p_{D_2}(q)$, pretende-se obter a curva da procura global: $p_D(q)$, Fig. 4-4.

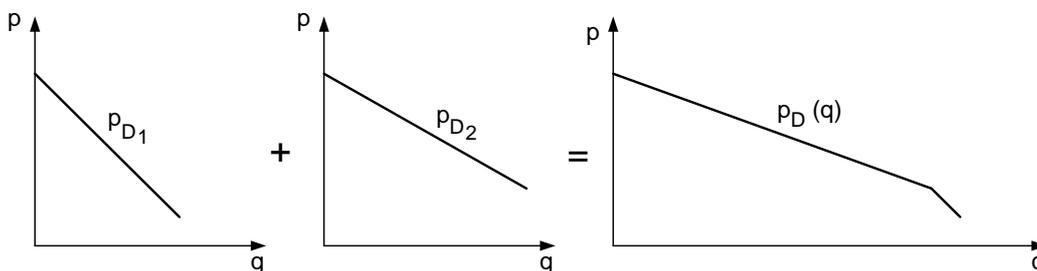


Fig. 4-4: Agregação de procuras de consumidores.

A curva da procura do mercado é obtida, teoricamente, a partir das curvas individuais; para um dado preço, somam-se as quantidades procuradas por cada um dos consumidores, obtendo-se a

quantidade total procurada para o preço em questão. A generalização da Fig. 4-4 ao caso com um número de consumidores superior a dois não levanta problemas significativos.

Na prática, nem sempre é com a metodologia descrita que se obtém a curva da procura do mercado; na verdade, esta pode ser determinada com base em observações empíricas que devem ocorrer num certo período de tempo, uma data t .

A Fig. 4-5 apresenta uma típica curva da procura relativa a um bem dito não normal, isto é, um bem de Giffen.

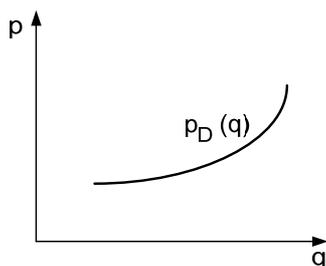


Fig. 4-5: Curva da procura de um bem de Giffen.

Em resumo, no espaço s e na data t , a curva da procura relativa a um dado produto é uma função que relaciona o preço do produto visto ou estabelecido pelos consumidores, p_D em função da quantidade requerida, q .

4.4. ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE A AGREGAÇÃO DOS AGENTES

Como se mostrou no ponto anterior, as curvas de oferta e de procura referentes a cada um dos agentes (produtores e consumidores) podem ser associadas de modo a obter as curvas agregadas da oferta e da procura, isto é, a curva da oferta do mercado e a curva da procura do mercado.

A agregação pressupõe que os preços dos restantes produtos e o rendimento dos agentes se mantêm constantes; é uma hipótese razoável se se pensar que as curvas agregadas são definidas no período de data t .

À afirmação de que a agregação não preserva as propriedades das funções individuais da procura, W. Hildenbrand [2] contrapõe a seguinte questão: “*que novas propriedades são obtidas com a agregação dos diferentes consumidores na obtenção da curva da procura do mercado?*” A lei dos grandes números conduz a um comportamento global cuja descrição é “mais contínua”. A tese

defendida por Hildenbrand é que a lei da procura¹⁰ é devida principalmente à heterogeneidade da população dos consumidores.

A presença no mercado de comerciantes, Hicks [1], isto é, agentes capazes de comprarem ou venderem o produto tem, igualmente, reflexos na forma decrescente da curva agregada da procura. Existem produtos, em cujos mercados os produtores e os consumidores submetem as ofertas de venda e de compra a uma entidade central, o operador de mercado ou o “leiloeiro” de Walras. Esta entidade, que deve ser independente dos interesses dos produtores e dos consumidores, realiza a agregação das ofertas individuais. Deste modo, são obtidas as curvas do mercado referentes à oferta e à procura, as quais permitem obter o preço e a quantidade de equilíbrio do mercado. As metodologias de cálculo e de remuneração devem ser previamente conhecidas, pois condicionam os comportamentos dos agentes.

Para a maior parte dos produtos, as curvas agregadas da oferta e da procura não são explicitamente determinadas ou pelo menos não existe uma entidade independente responsável pela sua obtenção. A sua não determinação explícita não significa não existência!¹¹ Assim, no caso mais usual, as curvas agregadas da oferta e da procura são “figuras fictícias” que ajudam a compreender a interacção entre produtores e consumidores. Naturalmente, os agentes (produtores e consumidores) conhecem as suas próprias funções de oferta e de procura, o que é determinante para as suas acções no mercado. Nesta situação de mercado, os agentes têm responsabilidades na determinação do preço que se verifica na transacção.

4.5. INTERACÇÃO ENTRE PRODUTORES E CONSUMIDORES DE UM DADO PRODUTO

Num dado lugar e numa certa data, o mercado de um produto é o espaço *versus* tempo onde se encontram produtores e consumidores do produto em causa. A noção de espaço deve ser

¹⁰ A uma diminuição do preço corresponde um aumento da quantidade procurada.

¹¹ Num mercado caracterizado pela existência do operador central, os agentes, pelo menos teoricamente, necessitam de menos informação que a solicitada em mercados não submetidos a tal figura.

Para uma análise da informação requerida pelo mercado de Walras (mercado onde existe o leiloeiro de Walras) ou pelo mercado de Marshall (mercado onde não existe o leiloeiro de Walras) recomenda-se o artigo “Perfect information à la Walras versus perfect information à la Marshall” de De Vroey [2].

abrangente, de modo a incluir, por exemplo, a interação dos agentes através das tecnologias de informação. Relativamente aos conceitos de lugar e de data são os estabelecidos no Capítulo 1. Assim, um dado lugar pode ter uma dimensão física qualquer, os diferentes pontos do lugar devem ser indiscerníveis, e a dimensão do período referente à data torna os instantes de tempo do seu interior indiscerníveis.

O mercado é um sistema que, de forma automática e dinâmica, gera informação aos agentes, a qual desencadeia efeitos de retroação, “feedbacks”. O confronto entre as intenções dos consumidores e dos produtores, expressas através das curvas agregadas da procura e da oferta, gera informação aos agentes. É a existência de efeitos de retroação intrínsecos que confere aos mercados uma robustez que não encontramos em sistemas em cadeia aberta.

4.5.1. Do equilíbrio estático ao equilíbrio dinâmico

Ao longo do desenvolvimento da ciência económica, a problemática do equilíbrio do mercado tem estado sempre presente. Assim, hoje, podemos encontrar em qualquer manual de Microeconomia, a análise do mercado isolado, isto é, do mercado de um só produto: teoria do equilíbrio parcial ou, no caso dito mais abrangente, a apresentação do equilíbrio resultante da interação de mercados em concorrência perfeita: teoria do equilíbrio geral.

Pode afirmar-se que, normalmente, a problemática do equilíbrio do mercado isolado (ou do conjunto de mercados em concorrência perfeita) consiste na obtenção do preço de equilíbrio (ou preços de equilíbrio) resultante da igualdade entre a procura e a oferta do produto (ou da tangência entre os conjuntos convexos da produção e do consumo). Fundamentalmente, a problemática do equilíbrio, tal como tem sido considerada na Microeconomia, é a resolução de um problema estático.

É interessante referir a posição de Irving Fisher¹² relativa ao equilíbrio do mercado. Ele, que procurou analogias entre a Física e a Economia, descreve que o equilíbrio económico é análogo ao equilíbrio físico: “equilibrium will be where imp. and resist. forces along each axis will be equal”. Nesta analogia, I. Fisher permanece no quadro do equilíbrio estático ou estacionário.

Considere-se um corpo de massa M , submetido a duas forças de igual amplitude, mas com sentidos opostos, aplicadas ao longo do eixo x , Fig. 4-6.

¹² Ver a referência Introdução à Macroeconomia de J. F. Amaral e outros.

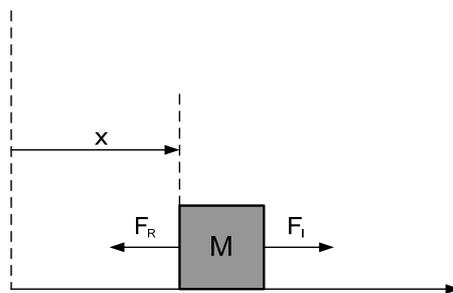


Fig. 4-6: Acção de duas forças sobre um corpo de massa M.

De acordo com a condição de I. Fisher, obtém-se:

$$F_I - F_R = 0 \quad \Rightarrow \quad \dot{x} = \frac{dx}{dt} = 0 \quad (4.1)$$

O corpo de massa M desloca-se com velocidade constante, que também pode ser nula. O corpo submetido àquelas forças permanece em equilíbrio estático ou estacionário. I. Fisher considerou o análogo físico submetido a uma condição muito restritiva; no caso geral, as forças, com sentidos opostos, podem não ser iguais. Nesta situação, na Física, ainda se verifica um equilíbrio: o equilíbrio dinâmico.

$$M \frac{d\dot{x}}{dt} = F_I - F_R \quad (4.2)$$

Se as forças não forem iguais, a velocidade $\dot{x}(t)$ irá variar de forma contínua, pois a energia cinética do corpo em movimento, $\frac{1}{2} M \dot{x}^2$, não admite descontinuidades. A velocidade é a variável de estado do sistema, "*Natura non facit saltum*" (a Natureza não dá saltos).

Na análise da dinâmica de um mercado qual a grandeza, preço do produto ou quantidade do produto, que deve ser considerada a variável de estado, equivalente à velocidade no equilíbrio do movimento?

L. Walras considerou o preço como a variável independente, Fig. 4-7a. Esta escolha impôs-se no posterior desenvolvimento de Economia. Hoje, qualquer manual de Microeconomia apresenta o preço como a variável independente. Segundo a terminologia da Teoria de Sistemas, o preço é a

variável de estado. Em 1941, P. Samuelson¹³, na mesma linha de pensamento, propôs que a evolução do preço é definida por uma equação similar a (4.2.):

$$\frac{dp}{dt} = AZ(p) \quad (4.3)$$

onde $Z(p) = q_D(p) - q_S(p)$ é o excesso de procura.

A teoria do equilíbrio geral (Arrow e Debreu) e a análise da sua estabilidade, naturalmente, utilizam a escolha estabelecida por L. Walras.

A. Marshall considerava a quantidade do produto como a variável independente, M. Blaug [1], Fig. 4-7b, para a qual é aplicável a sua expressão "*Natura num facit saltum*". Neste texto considera-se que a quantidade do produto é a variável de estado.

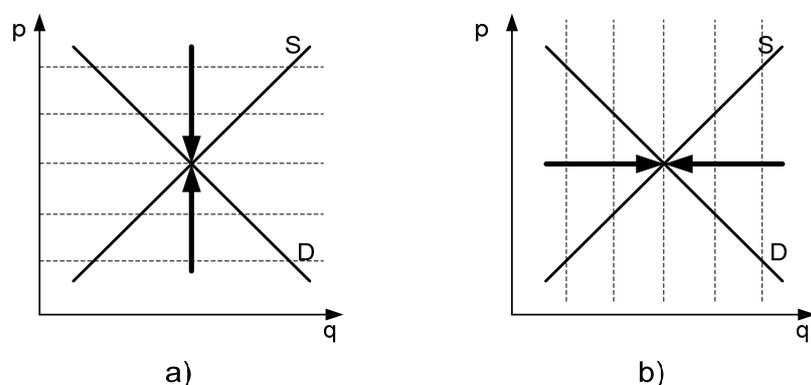


Fig. 4-7: Ajustamento: a) preço, b) quantidade.

Para a análise do comportamento do mercado descrito pelas curvas da oferta, S , e da procura, D , da Fig. 4-7, relativamente à convergência para o ponto de equilíbrio, é indiferente a escolha da variável independente. No entanto, existem outras situações para as quais a selecção da variável de estado, não é arbitrária.

4.5.2. O equilíbrio dinâmico do mercado de um produto

Seja $p_S(q)$ a função da oferta agregada relativamente a um dado produto. Ela estabelece o preço a que as empresas, no seu conjunto, estão dispostas a vender o produto em função da quantidade.

A função da procura agregada, $p_D(q)$, explicita o preço que a globalidade dos consumidores está

¹³ A história da análise dinâmica começa, praticamente, com Samuelson que estabeleceu a equação do sistema quando este não está em equilíbrio estático. Formalizou a ideia de Walras do "tâtonnement": a variação do preço ao longo do tempo de um dado produto verifica-se na mesma direcção do excesso da procura do produto.

disposta a pagar, em função da quantidade do produto. A Fig. 4-8 apresenta as duas funções referidas.

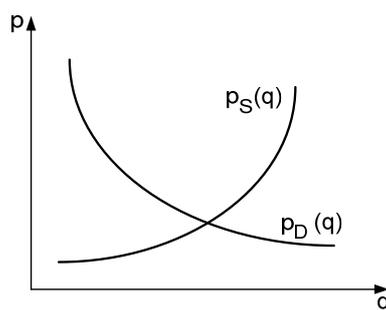


Fig. 4-8: Confronto das curvas agregadas da oferta (S – Supply) e da procura (D – Demand).

Com já se disse, mercado é o espaço onde se encontram compradores e vendedores para trocarem entre si o produto contra um outro activo, por exemplo a moeda. Mas o mercado, para além de receptor de informação, gera, também, informação; é a sua apreensão que conduz ao nosso modelo dinâmico.

Num dado lugar e a uma certa data, se para uma dada quantidade de produto, q , o preço unitário que o conjunto dos consumidores ou compradores está disposto a pagar, p_D , é superior (inferior) ao preço unitário exigido pelos produtores ou vendedores, p_S , estes estarão dispostos a incrementar (diminuir) no tempo a produção, isto é, a quantidade do produto; raciocínio similar pode aplicar-se aos consumidores. Em linguagem matemática pode escrever-se:

$$p_D(q) - p_S(q) > 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{dq}{dt} > 0 \quad (4.4a)$$

ou

$$p_D(q) - p_S(q) < 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{dq}{dt} < 0 \quad (4.4b)$$

As duas condições anteriores conduzem à seguinte equação diferencial:

$$I \frac{dq}{dt} = p_D(q) - p_S(q) \quad (4.5)$$

com $I > 0$.

A equação (4.5) traduz o equilíbrio dinâmico do mercado de um produto, o qual estabelece um modelo contínuo no tempo¹⁴. A grandeza I desempenha o papel da massa inercial da equação (4.2); ela pode variar em função da quantidade¹⁵, no entanto, por simplicidade, é considerada constante. Na equação diferencial, a quantidade do produto, q , é a variável de estado do sistema. Talvez seja este facto que tenha levado A. Marshall a escolher “*Natura non facit saltum*”, para tema do seu livro *Principles of Economics*.

É interessante mostrar que multiplicando por q ambos os membros da equação (4.5) e integrando ao longo do tempo, desde $t = 0$ com $q = 0$, correspondente à introdução do produto no mercado, até ao instante genérico t com $q(t) = q$, obtém-se:

$$W = \int_0^t [p_D(q) - p_S(q)] q dt = \frac{1}{2} I q^2 \quad (4.6)$$

W é uma grandeza expressa em Euro x Tempo [€s] que, de acordo com I. Fisher é a “utility”; o seu análogo físico é a energia cinética da massa em movimento. O seu valor é uma grandeza que caracteriza o mercado em análise¹⁶.

4.5.3. Comportamento dinâmico do mercado de um produto

Um modelo da realidade é sempre um modelo! Ele só é válido enquanto as hipóteses que o suportam forem aceitáveis¹⁷. Relativamente ao modelo dinâmico estabelecido, a equação (4.5.) na

¹⁴ Poder-se-ia estabelecer um modelo discreto no tempo:

$$I \frac{\Delta q}{\Delta t} = p_D(q) - p_S(q)$$

Em certas ocasiões é mais razoável considerar o modelo discreto, por exemplo, quando a produção ocorre periodicamente. O modelo de teia de aranha (“cobweb model”) que se baseia na consideração de que os produtores e os consumidores de um dado produto tomam decisões em datas distintas, constitui o caso de um sistema discreto.

¹⁵ É razoável considerar que I depende da quantidade do produto; se o mercado se encontra na situação $\frac{dq}{dt} > 0$, o incremento da capacidade produtiva pode acontecer com um atraso no tempo, no entanto, no caso de se verificar $\frac{dq}{dt} < 0$ com o custo marginal superior ao preço, então é aconselhável reduzir a produção. Apesar de se reconhecer estas especificidades, por simplificação, considera-se que I é constante.

¹⁶ A grandeza W está associada ao excedente de Marshall, que pode ser obtido a partir de W derivando esta grandeza em ordem ao tempo.

¹⁷ As hipóteses são aceitáveis quando a caracterização do objecto conduzir a resultados que se possam considerar aceitáveis.

sua versão contínua ou discreta tem em conta a racionalidade dos agentes presentes no mercado e a agregação das curvas das procuras e ofertas individuais.

No desenvolvimento que se segue, estabelecem-se mais algumas hipóteses, as quais, apesar de serem usuais, enquadram a validade dos resultados obtidos.

A consideração do mercado de um só produto através da interacção das funções agregadas, $p_D(q)$ e $p_S(q)$ é, por vezes, designado por modelo do equilíbrio parcial. Ele deve ser visto não como uma simplificação, mas como o estudo de um sub-sistema do sistema económico. Naturalmente, o mercado do produto interage com outros e, em princípio, este relacionamento deve ser incluído. No entanto, pode ser aceitável considerar apenas a análise do mercado de um só produto, se se considerar, por exemplo, que a interacção com os outros subsistemas é desprezável. A análise do mercado de um produto é ainda aceitável se se dispuser das evoluções ao longo do tempo das curvas agregadas.

Considerar

$$p_D(q) = a - bq \quad (4.7a)$$

$$p_S(q) = c + dq \quad (4.7b)$$

é equivalente a linearizar as curvas de procura e de oferta, o que, pelo menos, é válido na vizinhança de um dado ponto.

Uma hipótese de simplificação que por vezes se admite, é considerar a, b, c e d constantes em toda a gama de variação de quantidade. O mais razoável é considerar estes parâmetros constantes em torno de um dado ponto.

Introduzindo na equação (4.5) as funções agregadas descritas por (4.7a) e (4.7b), obtém-se:

$$I \frac{dq}{dt} + (b + d)q = a - c \quad (4.8)$$

A solução desta equação diferencial estabelece a evolução, ao longo do tempo, da quantidade do produto transaccionada no mercado:

$$q(t) = \frac{a - c}{b + d} + \left(q_0 - \frac{a - c}{b + d} \right) e^{-\frac{b+d}{I}t} \quad (4.9)$$

Sendo q_0 a quantidade do produto no instante que se considera como inicial, $t = 0$.

A evolução da quantidade é fortemente condicionada pelo expoente:

$$\frac{b+d}{I} \quad (4.10)$$

Sabendo que $I > 0$, então $(b+d) \geq 0$ estabelece que o sistema tende para um ponto fixo, isto é, o mercado tende para o equilíbrio estático ou estacionário. Com $(b+d) < 0$, a quantidade irá crescer teoricamente para infinito, o sistema é instável.

É interessante salientar que a evolução do sistema (a sua quantidade) é ditada por informação reduzida: os declives das curvas agregadas da procura e da oferta.

Deve salientar-se que a análise anterior é de carácter local, isto é, em torno de um dado valor da quantidade do produto. A linearização assim obtida permite que o mercado de um produto seja visto como um sistema dinâmico linear ou melhor, um subsistema. É possível representá-lo através do seguinte diagrama de blocos.

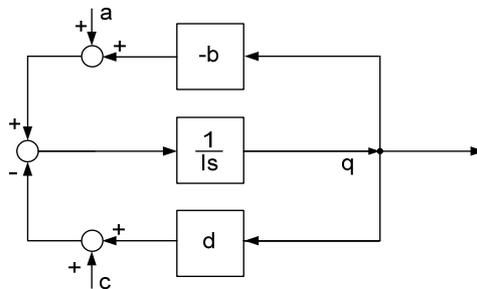


Fig. 4-9: Diagrama de blocos do mercado de um produto (Marshall).

Esta representação do mercado de um produto evidencia a natureza de sistema fechado. Apresenta retroacções (“feedbacks”) que, por observação do valor da saída, determinam os comportamentos agregados dos consumidores e produtores¹⁸. De uma forma natural, no mercado há efeitos automáticos.

A análise da estabilidade de um sistema dinâmico linear efectua-se observando a sua função de transferência que no caso em análise é dada por:

$$\frac{q}{a-c} = \frac{1}{I \left(s + \frac{b+d}{I} \right)} \quad (4.11)$$

¹⁸ Os efeitos automáticos (“feedbacks”) presentes no mercado de um produto e, de uma forma geral, na Economia de mercado traduzem o seguinte: se convier aos agentes presentes no mercado incrementar a quantidade do produto, a produção será incrementada e existindo dificuldades no consumo e/ou na produção, a quantidade do produto diminuirá, até ao caso limite de desaparecimento do produto em causa. Os desejos dos agentes, consumidores e produtores, são traduzidos pelos respectivos preços, enquanto que a avaliação da evolução do mercado é traduzida pela taxa de variação da quantidade.

Os pólos da função de transferência, isto é, os zeros do seu denominador, determinam a estabilidade do sistema. No caso presente há apenas um pólo:

$$s = -\frac{b+d}{I} \quad (4.12)$$

O mercado é estável se:

$$s \leq 0 \Leftrightarrow (b+d) \geq 0 \quad (4.13a)$$

O mercado é instável se:

$$s > 0 \Leftrightarrow (b+d) < 0 \quad (4.13b)$$

Em resumo, o mercado de um produto é uma parte (subsistema) do sistema económico global. A análise deste subsistema mostra que, localmente, ele pode ser estável ou instável.

A estabilidade de um sistema ou subsistema nem sempre é desejável, como iremos mostrar a seguir. Na verdade, o crescimento continuado da quantidade transaccionada no mercado, que é, normalmente, desejável, pode ser associado a um comportamento instável

Em qualquer situação, estável ou instável, o mercado encontra-se sempre em equilíbrio dinâmico!

4.5.4. Situação estável no mercado de um produto

Como se demonstrou no ponto anterior, a estabilidade do mercado de um produto está assegurada se:

$$s \leq 0 \Leftrightarrow (b+d) \geq 0 \quad (4.14)$$

Nesta situação o mercado converge para um ponto de equilíbrio, o qual estabelece a quantidade e o preço de equilíbrio. A condição de estabilidade assegura que qualquer que seja a acção transitória que afaste o sistema do ponto de equilíbrio, ele retorna a um ponto de equilíbrio.

A condição $(b+d) \geq 0$, representada na fig. 4-10, verifica-se quando a curva agregada da procura tem um declive negativo, $b > 0$, e a curva agregada da oferta apresenta rendimentos não-crescentes à escala, $d \geq 0$. É uma situação habitual de mercado, ou melhor, é a situação abordada em todos os manuais de Microeconomia, para a qual a teoria neo-clássica apresenta a solução.

Até atingir o ponto de equilíbrio estático, isto é, durante a situação transitória, o modelo descreve a evolução da quantidade, $q(t)$. Durante o transitório, os preços estabelecidos pelos consumidores e produtores estão balizados pelas curvas agregadas da procura e da oferta. O preço a que é efectuada a transacção não é determinado pelo modelo; o seu valor estará compreendido entre o

preço que o agregado dos consumidores está disponível a oferecer, p_D , e o preço requerido pelo agregado das empresas, p_S .

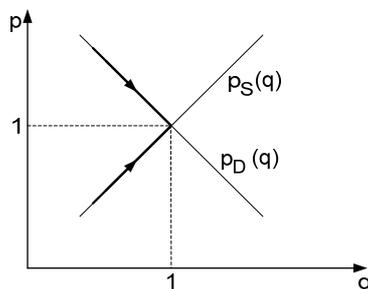
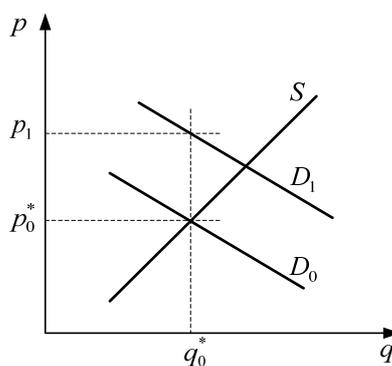


Fig. 4-10: Transitório numa situação estável no mercado de um produto.

O preço da transacção depende da capacidade de negociação ou da relação de forças dos agentes em confronto, ou de uma estratégia que vise, por exemplo, minimizar os custos de transacção¹⁹.

¹⁹ No artigo “Marshall on equilibrium and time: a reconstruction”, M. DE Vroey [3] apresenta uma interpretação (reconstrução) da concepção do mercado em equilíbrio segundo Marshall. Vale a pena analisar o referido artigo, nele encontro justificações para o meu trabalho; no entanto, devo assinalar que nem sempre há coincidência de posições entre as de M. De Vroey e as apresentadas no presente texto.

Considere-se a figura seguinte que é semelhante à figura 1 daquele artigo. Ela apresenta as curvas agregadas da procura D_0 e da oferta S definidas em torno do ponto de equilíbrio estático (p_0^* , q_0^*) que se verifica na data t_0 . Para $t > t_0$, a curva agregada da procura é D_1 , mantendo-se a mesma curva da oferta. Naturalmente, para $t \gg t_0$ as curvas D_1 e S são conjecturas.



Na data t_0 , o mercado encontra-se em equilíbrio estático. Na data seguinte, $t_1 = t_0 + dt$, tem-se a nova curva da procura D_1 ; nestas condições, qual o novo preço de fecho do mercado (clearing price)?

De Vroey indica que p_1 é o preço de fecho do mercado (“market-day price”) da data t_1 .

No presente texto, considera-se que na data t_1 o preço não está univocamente determinado. Ele pertence ao conjunto cujos limites são definidos pelas curvas agregadas da procura e da oferta. Assim, estabelece-se uma correspondência entre a quantidade do produto e o conjunto dos preços possíveis. É necessário ter em conta outros factores para determinar o preço (ou preços) que se verifica no mercado.

Deve ter-se presente o conceito de data ou período estabelecido no Capítulo 1. Ele pode ser uma semana, um dia, um a hora ou, no caso do tempo contínuo, reduzir-se a um instante.

Naturalmente, no ponto de equilíbrio estático a quantidade e o preço do produto em causa estão determinados explicitamente.

Como se referiu no ponto (4.4.), há mercados onde um operador de mercado (leiloeiro de Walras) determina o preço e a quantidade do produto em cada data, ele faz o confronto das respectivas curvas agregadas.

Na situação mais usual dos mercados, não há um preço estabelecido exogenamente. É razoável aceitar a ideia expressa no Capítulo 1, que consistiu em estabelecer uma correspondência entre o produto e o conjunto dos preços estabelecidos pelos agentes. No mercado em análise, a correspondência estabelece-se entre a quantidade do produto e o conjunto de preços balizados pelas respectivas curvas agregadas da procura e da oferta. O conjunto imagem, cujos elementos são os possíveis preços do produto, reduz-se a um só elemento na situação de equilíbrio estático.

4.5.5. Difusão da informação

A importância da informação, enquanto bem económico, já foi analisada anteriormente; como K. Arrow afirmou o produto informação estabelece uma forma extrema de rendimentos crescentes à escala.

Um outro aspecto da informação é como se processa a sua difusão ou propagação dos agentes para os agentes presentes no mercado, nomeadamente, o conhecimento dos preços e das qualidades do produto.

A informação completa detida por todos os agentes, consumidores e produtores, na análise da concorrência perfeita é, naturalmente um conceito estático incapaz de traduzir a realidade da maior parte dos mercados. Na verdade, em lugar de um conhecimento uniformemente distribuído a todos

Segundo De Vroey, a sua reconstrução dá mais ênfase à análise do “market-day equilibrium”, no entanto tem em conta um outro conceito o de “normal equilibrium”. Este último corresponde ao equilíbrio estático, enquanto que o primeiro está associado ao conceito geral de equilíbrio dinâmico.

Deve ser assinalado que as terminologias de De Vroey e as definidas no presente texto são similares. Como a seguir se ilustra, a frase seguinte é retirada do artigo^[4] de De Vroey “ Did the market-clearing postulate pré-exist new classical economics? The case of Marshallian theory: “*Hence the market should be considered in disequilibrium (dynamic equilibrium) as long as normal equilibrium (static equilibrium) fails to prevail even if market equilibrium (dynamic equilibrium) is present*”. Entre parêntesis é apresentada a terminologia estabelecida no presente texto.

Mesmo quando a maçã de Newton cai da árvore, ela, na queda, encontra-se em equilíbrio dinâmico!

os agentes, há assimetrias de informação as quais são determinantes no comportamento do mercado.

Em 2001, G. Akerlof, M. Spence e J. Stiglitz obtiveram conjuntamente o prêmio Nobel pelos trabalhos desenvolvidos sobre a temática da assimetria de informação que caracteriza alguns mercados. O artigo de J. Stiglitz²⁰ [1] intitulado “Information and the Change in Paradigm in Economics” é um resumo do trabalho desenvolvido nas últimas três décadas sobre a assimetria e a difusão da informação na Economia.

4.5.6. Situação instável no mercado de um produto

Considere-se agora que a curva da oferta agregada é uma função decrescente com a quantidade.

Este caso acontece se a produção apresentar rendimentos crescentes à escala.

Na situação em análise não se obtém a cruz típica da Fig. 4-10, mas responde-se à questão colocada por F. Pereira de Moura [1]: “Assim como se fazem estimativas concretas de funções de procura, com dados reais e socorrendo-se de métodos econométricos, também têm sido tentadas para os custos de produção. Simplesmente, não mostram os resultados colhidos, nem o crescimento do custo marginal, antes a sua estabilidade a um dado nível, nem o crescimento do custo médio, antes o seu contínuo decrescimento, embora rápido de início e depois mais lento”.

Considera-se que o mercado de um produto é, simplificadaamente, caracterizado pelas seguintes funções:

$$p_D(q) = a - bq \quad (4.15a)$$

$$p_S(q) = c + dq = a - b'q \quad (4.15b)$$

Com $b' > b$, a representação gráfica das duas funções é a apresentada na figura seguinte.

²⁰ Do artigo “Information and the Change in Paradigm in Economics” de J. Stiglitz retiro a seguinte passagem: “The new information went further in undermining the foundations of competitive equilibrium analysis, the basic “laws” of economics, which include: the law of demand and supply (holding that market equilibrium was characterized by market clearing), the law of single price (holding that the same good sold for a single price throughout the market), the law of the competitive price (holding that in equilibrium price equaled marginal cost) and the efficient markets hypothesis (holding that in stock markets prices convey all the relevant information from the informed to the uninformed). Each of these cornerstones was rejected, or was shown to hold under much more restrictive conditions”. É interessante salientar que algumas das hipóteses formuladas ao longo do presente texto estão em sintonia com as conclusões de J. Stiglitz.

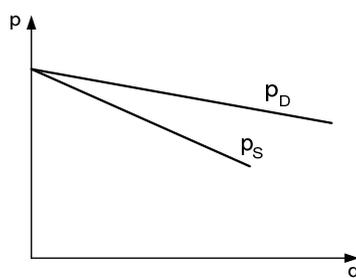


Fig. 4-11: Curvas agregadas da procura e da oferta

No caso em análise tem-se:

$$b + d = b - b' < 0 \quad (4.16)$$

Assim, o ponto de equilíbrio definido por $p_D = p_S$ é instável.

A equação do equilíbrio dinâmico estabelece:

$$\frac{dq}{dt} - \alpha q = 0 \quad (4.17)$$

com

$$\alpha = -\frac{b - b'}{I} > 0$$

A solução da equação diferencial, (4.18.), traduz um crescimento exponencial, com uma taxa de crescimento constante e igual a α :

$$q(t) = q_0 e^{\alpha t} \quad (4.18)$$

onde q_0 é a quantidade no instante $t = 0$.

É interessante salientar a natureza dinâmica do parâmetro α que, além de depender dos declives das curvas da procura e da oferta, é, também, função da maior ou menor “inércia” do mercado (parâmetro I). Em grande parte das situações, na prática, o valor da taxa de crescimento, α , é facilmente obtido. Ele é determinante nas decisões de investimento tomadas pelos produtores.

Uma nota final: uma situação de crescimento exponencial no mercado de um dado produto tem, naturalmente, um horizonte finito. No entanto, a duração da situação pode ser alargada, por exemplo, actuando na curva da procura agregada (aumento do rendimento disponível dos consumidores) e/ou através da redução do custo de produção (utilizando, por exemplo, a informação e, em particular, a inovação tecnológica).

Varian[1] descreve um processo de ajustamento dinâmico para justificar o que se passou na evolução do mercado das máquinas de fax. Diz o seguinte: “É razoável assumir que quando as

“pessoas estão dispostas a pagar mais do que o custo, a dimensão do mercado expande-se e, quando elas estão disponíveis a pagar menos, o mercado contrai-se. Geometricamente verifica-se que quando a curva da procura do mercado está acima da curva da oferta, a quantidade sobe e que quando a curva da procura do mercado está abaixo da curva da oferta, a quantidade desce”. Este ajustamento é similar ao que estabelece o modelo do equilíbrio dinâmico do mercado de um produto!

A Fig. 4-12 apresenta os resultados empíricos que ilustram as evoluções temporais do preço e da quantidade no mercado das máquinas de fax.

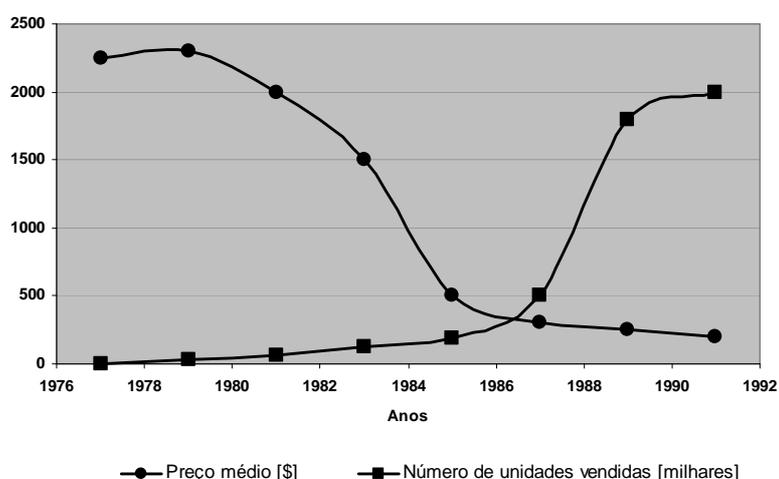


Fig. 4-12: Evoluções temporais no mercado das máquinas de fax, adaptado de Varian[1].

Os dados empíricos apresentados na Fig. 4-12 são suficientemente elucidativos para mostrar o interesse do modelo dinâmico desenvolvido neste Capítulo.

4.6. MARSHALL OU WALRAS?

Para analisar a interacção entre consumidores e produtores no mercado de um produto, considerou-se nos pontos anteriores deste capítulo, que a variável independente (variável de estado) é a quantidade do produto. É a análise designada por metodologia de Marshall.

A metodologia de Walras considera que o preço do produto é a variável independente. É este tipo de raciocínio que caracteriza a teoria neo-clássica e que, hoje, é reflectida nos manuais de Microeconomia. Como já se referiu, em 1941, P. Samuelson propôs para a evolução do sistema a seguinte equação diferencial:

$$\frac{dp}{dt} = AZ(p)$$

onde $Z(p)$ é o excesso de procura.

Como se irá mostrar, nem sempre é indiferente a escolha de Walras ou de Marshall. Para facilitar a comparação, considera-se que as curvas da oferta e da procura, submetidas às mesmas hipóteses de simplificação, são dadas por:

$$\begin{cases} p_D = a - bq \\ p_S = c + dq \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q_D = \frac{a}{b} - \frac{1}{b}p \\ q_S = -\frac{c}{d} + \frac{1}{d}p \end{cases} \quad (4.19a)$$

$$(4.19b)$$

A equação de Samuelson é dada por:

$$\frac{dp}{dt} = I(q_D - q_S) \quad (4.20)$$

Introduzindo nela as expressões (4.22a) e (4.22b), obtém-se:

$$\frac{dp}{dt} + I\left(\frac{b+d}{bd}\right)p - I\left(\frac{ad+bc}{bd}\right) = 0 \quad (4.21)$$

O diagrama de blocos desta situação é o apresentado na Fig. 4-13.

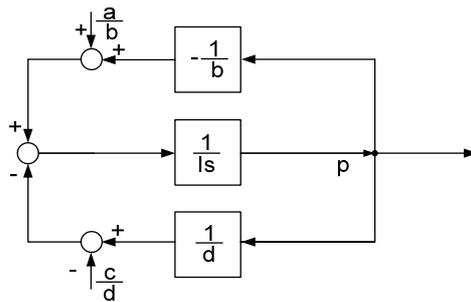


Fig. 4-13: Diagrama de blocos do mercado de um produto (Walras).

A função de transferência do diagrama de blocos da Fig. 4-13 é dada por:

$$\frac{p}{\frac{a}{b} + \frac{c}{d}} = \frac{1}{\frac{b+d}{bd} + sI} \quad (4.22)$$

Há apenas um pólo, localizado em:

$$s = -\frac{b+d}{bdI} \quad (4.23)$$

Assim, o mercado de um produto com o ajustamento de Walras é:

$$\text{Estável se } s \leq 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{b+d}{bd} \geq 0 \quad (4.24a)$$

$$\text{Instável se } s > 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{b+d}{bd} < 0 \quad (4.24b)$$

A designação “metodologia de Walras” associada ao diagrama de blocos de Fig. 4-13 contrapõe-se à designação “metodologia de Marshall” associada ao diagrama de blocos da Fig. 4-9. Vale a pena verificar, se do ponto de vista da estabilidade, elas são equivalentes.

Considera-se duas situações a) e b). A primeira é caracterizada pela produção apresentar rendimentos não crescentes à escala, enquanto que em b) a produção apresenta rendimentos crescentes à escala.

a) Rendimentos não crescentes à escala

Considere-se a situação caracterizada por $b > 0$ e $d > 0$, Fig. 4-14.

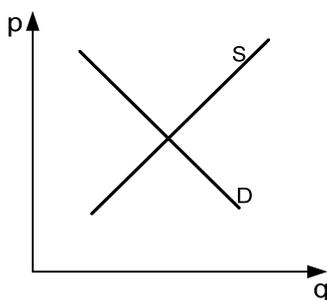


Fig. 4-14: Curva da procura e curva da oferta com rendimentos não crescentes à escala.

O mercado no ponto A é estável segundo a metodologia de Walras e estável segundo a de Marshall.

b) Rendimentos crescentes à escala

1º caso: considera-se a situação caracterizada por $b > 0$ e $d \geq -b$, Fig. 4-15.

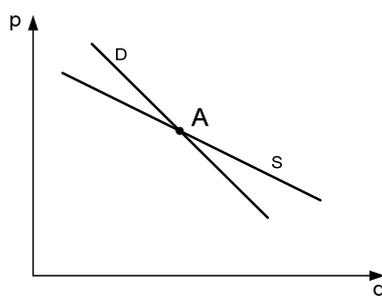


Fig. 4-15: Curva da procura e curva da oferta com rendimentos crescentes à escala.

O mercado no ponto A é instável segundo a metodologia de Walras e estável segundo a de Marshall.

2º caso: considera-se a situação caracterizada por $b > 0$ e $d \leq -b$, Fig. 4-16.

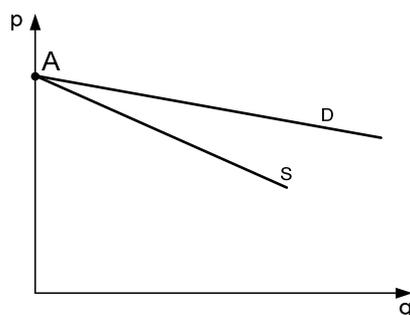


Fig. 4-16: Curva da procura e curva da oferta com elevados rendimentos crescentes à escala.

O mercado no ponto A é estável segundo a metodologia de Walras e instável segundo a de Marshall. Neste caso, segundo a metodologia de Walras, o desenvolvimento do mercado é impossível!

Como se demonstrou, na análise do mercado de um produto não é indiferente usar a metodologia de Walras ou a metodologia de Marshall.

As duas metodologias só conduzem ao mesmo resultado na situação a), na qual a procura é uma função decrescente com a quantidade e a oferta apresenta rendimentos não crescentes à escala. A teoria neo-clássica, quer no equilíbrio parcial quer no equilíbrio geral, repousa na metodologia de Walras que é compatível na situação a) com a de Marshall²¹. Na situação de rendimentos crescentes à escala, a metodologia de Walras é inapropriada.

4.7. Contribuições Recentes

O comportamento dinâmico dos mercados continua ainda a preocupar alguns economistas! Reconhecendo que a actual teoria standard dos preços e dos mercados é demasiada simplista para explicar o que se passa na imensa maioria dos mercados, têm sido propostas metodologias de análise mais conformes à realidade. É o caso dos trabalhos que vamos referir neste ponto: J. F. Amaral[2] e Axel Leijonhufvud[1]. Estes autores, ambos, chamam a atenção para o estabelecimento das curvas agregadas da procura e da oferta; elas não são necessariamente lugares geométricos de pontos óptimos.

É interessante assinalar que J. F. Amaral explicita dúvidas relativamente à existência da curva de procura de um consumidor considerado individualmente: *“Do nosso ponto de vista, quando um*

²¹ Felizmente não se questiona a teoria equilíbrio geral (Debreu e Arrow). Nos casos onde esta teoria é aplicável, é indiferente usar a metodologia de Walras ou de Marshall.

consumidor entra no mercado é principalmente para se abastecer de uma dada quantidade de bem. Embora possa, eventualmente, comprar uma quantidade superior à que inicialmente procurava se as condições de preço assim o proporcionarem. Em muitos casos portanto não haverá uma curva de procura para o consumidor individual, mas apenas um ponto (p, q) em que p é o preço máximo a que o comprador está disposto a comprar a quantidade q ". Esta é, também, a tese defendida por W. Hildenbrand[1], que afirma que o comportamento decrescente da curva agregada da procura de um dado bem se deve à heterogeneidade dos consumidores presentes no mercado. Relativamente à curva agregada da oferta, esta, no essencial, é definida pelos dois autores como sendo o conjunto dos pontos (p, q) tal que para a quantidade q , o conjunto dos produtores (vendedores) exige o preço mínimo p .

Com as curvas agregadas da procura e da oferta, a transacção é realizada a um preço no interior do intervalo enquadrado pelas respectivas curvas. Mas, como afirma A. Leijonhufvud, o processo da formação do preço deve ser definido. Este processo requer a descrição das instituições no mercado que permitem a interacção dos produtores e dos consumidores. Deve referir-se que A. Leijonhufvud[1] antevê um possível retorno à tradição marshaliana²².

²² "In more recent times, complex systems theory has progressed far beyond the state of the arts in Marshall's time, Moreover, computer modeling makes it possible to study the behavior of complex dynamical systems for which it is not possible to find analytical solutions. There are good reasons to revisit Marshall's theory while abandoning the crutches of his static method for there is much in the architecture of his system that could provide design for agent-based models. General equilibrium theorists have been scornful of Marshall's partial equilibria, but in future economics freed from the equilibrium straitjacket and devoted to the analysis of processes, the modular architecture of Marshall is right and direct general interdependence wrong. The Marshallian tradition may yet make a comeback".

INTERACÇÃO DE MERCADOS

5.1. INTRODUÇÃO

O objectivo do capítulo anterior foi estabelecer parte da dinâmica do comportamento do mercado de um produto. Como se mostrou, ela é determinada pelo confronto entre os desejos dos consumidores e dos produtores, representados pelas curvas da procura e da oferta, respectivamente.

No confronto entre produtores e consumidores, há uma situação particular que tem merecido, ao longo dos tempos, uma atenção especial na teoria económica. É a situação designada por equilíbrio competitivo parcial ou geral. Este ponto estático ou estacionário será analisado neste capítulo e no capítulo seguinte, respectivamente.

Fora do designado equilíbrio estático e considerando a metodologia de Marshall, descrita no Capítulo 4, o preço, ao qual a transacção é efectuada, não é explicitamente determinado²³. Na verdade, para uma dada quantidade do produto, o preço estabelecido pela curva da procura não coincide, em princípio, com o preço dado pela curva da oferta. É necessário ter em conta outras “forças”, para além das expressas nas curvas da procura e da oferta, para determinar o preço ao qual é efectuada a transacção.

Paradoxalmente, o preço ao qual é efectuada a transacção é, normalmente, a grandeza mais fácil de obter empiricamente. Este facto dá-nos uma informação sobre o comportamento do mercado no passado a qual é usada, muitas vezes, para extrapolar o comportamento do mercado no futuro.

O mercado de um dado produto é, naturalmente, caracterizado pela estrutura do sector, isto é, o número e a dimensão relativa dos seus produtores e dos seus consumidores. A estrutura condiciona a conduta dos agentes que é necessário conhecer para determinar a evolução dos mercados em interacção.

Em determinadas estruturas de mercado, por exemplo o monopólio e a concorrência perfeita, é aceitável conceber o comportamento dos agentes económicos. Para as situações oligopolistas, há dificuldades em encontrar metodologias aceitáveis para definirem os comportamentos dos respectivos agentes. A recolha empírica de dados para caracterizar individualmente cada mercado parece-nos a via menos custosa e mais promissora.

²³ Na teoria do equilíbrio geral de Arrow -Debreu não se determinam as quantidades e os preços no equilíbrio. Demonstra-se que, sob certas condições, existe uma situação de equilíbrio estático com propriedades interessantes.

Não é fácil reduzir a Microeconomia a um sistema de equações, diferenciais no presente caso. Um modelo que tenha em conta as interações de todos os agentes presentes seria demasiado pesado e, na prática, de reduzida aplicabilidade. Um sistema de menor dimensão, no qual seja fácil delimitar as suas fronteiras de modo a que se possa considerar isolado, pode ter um modelo que resulta da interação dos mercados considerados determinantes. É o que faremos no final deste capítulo.

5.2. DA ESTRUTURA DO SECTOR À CONDUTA DOS AGENTES

5.2.1. Monopólio

Quando há apenas um produtor no mercado, ou quando o conjunto dos produtores do produto em questão apresenta um comportamento conluiado, face a um universo de consumidores não organizado, tem-se um monopólio. Este diz-se não regulado²⁴, se a sua conduta não for condicionada por outrem e, assim, o monopolista escolherá o ponto de funcionamento do mercado em função dos seus objectivos próprios.

Considera-se a situação clássica, na qual o monopolista maximiza o seu lucro. Ele deve conhecer a sua função de custo, $C(q)$, e a curva da procura do mercado, $p_D(q)$. Esta última é estabelecida pelo conjunto dos consumidores; no entanto, a curva da oferta, $p_S(q)$, pode ser manuseada pelo produtor de modo a atingir os seus objectivos.

O problema da maximização do lucro do monopolista é dado por:

$$\text{Max}_q [R(q) - C(q)] \quad (5.1)$$

onde $R(q)$ é a receita do monopolista e $C(q)$ é o custo total para produzir a quantidade q .

O máximo lucro verifica-se quando a receita marginal é igual ao custo marginal.

Naturalmente, porque o produtor o determina, o preço de venda está associado à curva da procura, assim temos:

$$R(q) = p_D(q)q \quad (5.2)$$

Tendo em conta os resultados anteriores, obtém-se:

$$p_D(q) = \frac{1}{1 + \frac{1}{\varepsilon(q)}} c_{\text{marg}}(q) \quad (5.3)$$

²⁴ O reconhecimento e a aceitação da existência de uma situação monopolista determina que a empresa, que explora o monopólio, deve ser regulada.

Para produtos normais, a elasticidade, $\varepsilon(q)$, apresenta valores negativos e, assim, o preço do mercado, p^* , para a quantidade, q^* , estabelecido pelo monopolista é:

$$p^* = p_D(q^*) = \frac{1}{1 - \frac{1}{|\varepsilon(q^*)|}} c_{\text{marg}}(q^*) \quad (5.4)$$

A expressão anterior mostra que o preço do mercado é superior ao custo marginal²⁵, através do factor:

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{|\varepsilon(q^*)|}} \quad (5.5)$$

Considere-se a situação em que a curva da procura é dada por $p_D(q) = a - bq$ e que o custo marginal é constante e igual a c , $c_{\text{marg}} = c$. Nesta situação, o máximo lucro verifica-se para a quantidade:

$$q^* = \frac{a - c}{2b} \quad (5.6)$$

O preço que o monopolista pretende obter é um ponto pertencente à curva da procura e corresponde à quantidade q^* :

$$p^* = \frac{a + c}{2} \quad (5.7)$$

A Fig. 5-1 ilustra a situação descrita.

²⁵ O índice de Lerner é definido por:

$$L = \frac{p^* - c_{\text{marg}}}{p^*}$$

No monopólio não regulado, a optimização conduz a

$$L = \frac{1}{|\varepsilon(q)|}$$

Quanto maior for L , maior lucro monopolista se pode obter.

Deve referir-se que não é o facto de o preço ser superior ao custo marginal que indica a presença de um comportamento monopolista.

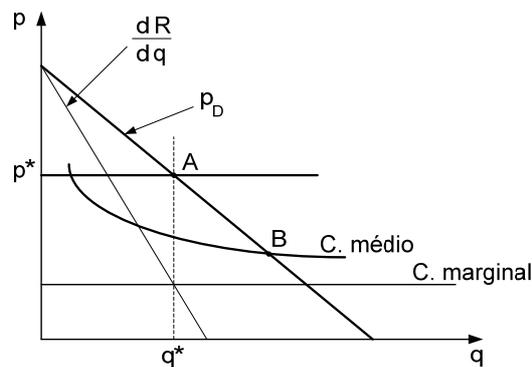


Fig. 5-1: Solução do monopólio.

O objectivo do monopolista é colocar o mercado no ponto A, com o qual obtém a maximização do seu lucro. Tendo em conta a curva da procura definida pelos consumidores, ele limita-se, por exemplo, a estabelecer que a curva de oferta seja constante, $p_s(q) = p^*$.

Relativamente à Fig. 5-1, o lucro monopolista é dado por:

$$R(q^*) - C(q^*) = p^* q^* - \bar{C}_{\text{médio}} q^* \quad (5.8)$$

A eliminação do sobre lucro consegue-se, em princípio, se o monopólio for regulado e a regulação impuser que o preço de venda do produto seja igual ao seu custo médio. Naturalmente, se se impuser que o preço de venda do produto é igual ao seu custo marginal, então a viabilidade económica da empresa, no longo prazo, não está assegurada²⁶.

5.2.2. Monopsónio

Quando há apenas um consumidor no mercado, ou quando o conjunto dos consumidores do produto em questão apresenta um comportamento concertado, face ao universo dos produtores não organizado, tem-se um monopsónio.

O comportamento de um monopsonista é, de certo modo, similar ao do monopolista. Este último, actuando na sua curva da oferta, força o mercado a situar-se sobre a curva da procura, na qual, para uma dada quantidade, o preço de venda é mais elevado, como convém ao monopolista. Na situação de monopsónio, o agente único do lado da compra modifica a sua curva da procura de modo que o ponto de funcionamento do mercado tenda para um ponto situado sobre a curva da oferta. O monopsonista pretende que o seu preço de compra seja o mais baixo possível.

²⁶ Ver Hotelling [1] e Quinzii [1].

Para exemplificar o comportamento do monopsonio considera-se que o comprador único produz uma saída que deve ser vendida num mercado concorrencial onde ele não controla o preço da grandeza de saída. A grandeza de saída é função do factor de produção x : $y = f(x)$ e o preço da grandeza de saída, não controlado pelo monopsonista, é p . A curva de oferta do produto x é dada por $w(x)$.

O problema da maximização do lucro do monopsonista é:

$$\text{Max}_x [R(x) - C(x)] \quad (5.9)$$

onde $R(x)$ é a receita do monopsonista:

$$R(x) = p \cdot f(x) \quad (5.10)$$

e $C(x)$ é o custo total para produzir a quantidade x , dado por:

$$C(x) = w(x)x \quad (5.11)$$

A maximização da situação em análise verifica-se quando a receita marginal é igual ao custo marginal:

$$\frac{dR}{dx} = \frac{dC}{dx} \quad (5.12)$$

No caso em análise, o custo marginal não é constante:

$$\frac{dC}{dx} = c_{\text{marg}} = w \left[1 + \frac{1}{\eta} \right] \quad (5.13)$$

com $\eta = \frac{w}{x} \cdot \frac{dx}{dw}$

Considerando que a função da oferta é descrita pela expressão:

$$w(x) = a + bx \quad (5.14)$$

então a construção da solução do monopsonista é a representada na Fig. 5-2.

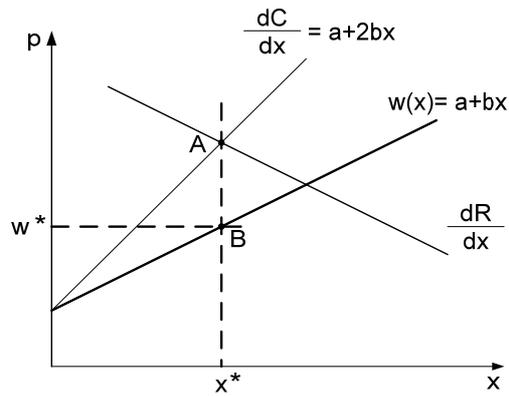


Fig. 5-2: Solução do monopsonio.

O ponto A estabelece a condição de maximização, que se verifica para a quantidade x^* ; para esta, o menor preço que o monopsonio consegue é o ponto B. Este deve assegurar, em princípio, a sobrevivência do conjunto dos produtores.

5.2.3. Monopólio com monopsonio

A situação designada por monopólio com monopsonio é caracterizada por um único produtor, monopolista, em interacção com um único consumidor, monopsonista. Naturalmente, o monopolista pode representar um conjunto de produtores que actuam sob uma só voz e o monopsonista pode representar o conjunto de consumidores cuja actuação é concertada.

Como se sabe, a produção estabelece a curva da oferta, $p_s(q)$, enquanto que o consumo define a curva da procura, $p_D(q)$, Fig. 5-3 a, b.

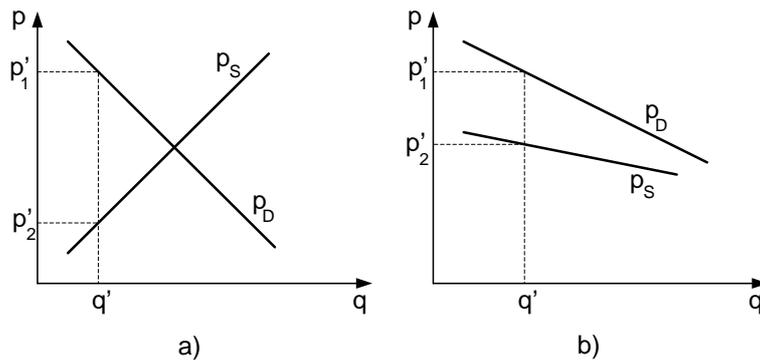


Fig. 5-3: Indeterminação na situação do monopólio com monopsonio.

Considera-se que os dois agentes em confronto têm consciência da sua posição no mercado e detêm a informação requerida para a respectiva optimização: o produtor conhece a curva da procura, definida pelo consumidor e este último conhece a curva da oferta estabelecida pelo produtor.

Como se viu em 5.2.1. e 5.2.2., o monopolista deseja vender o produto a um preço estabelecido pela curva da procura, enquanto que o monopsonista o deseja comprar a um preço situado sobre a curva da oferta. Assim, nas Figs. 5-3 a, b, para a quantidade q' , o monopolista deseja vendê-la ao preço p_1' , enquanto que o monopsonista deseja comprar ao preço p_2' . Sem impor mais restrições aos comportamentos dos dois agentes, não há solução que se imponha explicitamente. Deve, no entanto, ser referido que o preço da transacção pode ser qualquer um compreendido entre p_1' e p_2' .

A informação de cada um dos agentes é determinante para que se estabeleça um entendimento. Afirmar que o preço deve estar compreendido entre p_1' e p_2' , isto é, entre as curvas da procura e da oferta, pressupõe que cada agente conhece as suas características bem como as do parceiro do mercado. Este conhecimento é necessário para que não se exija uma solução que não seja aceitável pelo outro agente.

5.2.4. Concorrência Perfeita

Nos pontos anteriores deste Capítulo foram apresentadas situações de mercado, nas quais se verificava a concentração do lado da oferta, do lado da procura ou de ambos. Vamos agora considerar uma outra situação extrema; o caso descentralizado quer do lado da procura quer da oferta: a concorrência perfeita.

A designação de mercado em concorrência perfeita traduz uma situação caracterizada por:

- a) uma infinidade de consumidores e um elevado número de produtores, isto é, cada agente tem uma dimensão reduzida que não lhe permite, isoladamente, influenciar de forma contínua a evolução do mercado;
- b) os produtores, as empresas, produzem um produto homogéneo;
- c) os agentes dispõem de informação completa;
- d) não existem barreiras à entrada e à saída das empresas.

Os agentes não influenciam directamente o preço do produto, habitualmente diz-se que os agentes, considerando os preços como dados, actuam em mercados competitivos. Esta situação, de preços dados, só acontece no equilíbrio estático. Fora desta situação, os preços são balizados pelas curvas da procura e da oferta, isto é, há um conjunto de preços possíveis.

As condições da concorrência perfeita não explicitam directamente o tipo de empresas ou os sectores onde tal estrutura do mercado é aplicável. Vale a pena reflectir um pouco sobre as condições apresentadas.

A informação perfeita e a homogeneidade do produto²⁷ não são incompatíveis entre si; no entanto, deve referir-se que elas reduzem significativamente o conjunto dos produtos onde são aplicáveis.

A não existência de barreiras à entrada e à saída de empresas no sector²⁸ é compatível com o elevado número de produtores do produto. Não existem custos fixos significativos e o processo de produção não ganha com a especialização do trabalho, isto é, de uma forma geral, a concorrência perfeita, que é o objecto da usual teoria do equilíbrio geral, não é compatível com os rendimentos crescentes à escala. Na verdade, uma das condições mais exigentes da concorrência perfeita é que a produção apresente rendimentos não crescentes à escala²⁹.

As condições de concorrência perfeita no mercado de um produto normal estabelecem curvas de procura e de oferta similares às representadas na Fig. 5-4.

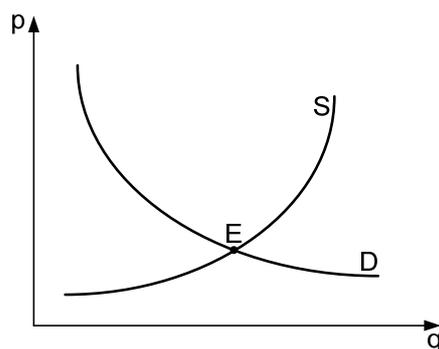


Fig. 5-4: O ponto de equilíbrio estático no mercado de concorrência perfeita.

É usual associar a concorrência perfeita ao ponto E, isto é, ao equilíbrio estático do mercado. Neste ponto a procura é igual à oferta, os consumidores estão disponíveis para comprar o que têm a intenção de comprar; as empresas estão disponíveis para vender o que têm a intenção de vender.

No equilíbrio estabelecido pela concorrência perfeita, o preço é igual ao custo marginal. Assim, o preço reflecte exactamente o custo de produzir, eficientemente, mais uma unidade de saída. Mas o

²⁷ A diferenciação do produto tem, por vezes, o objectivo de estabelecer um mercado próprio para o produto que se criou com a diferenciação; assim, são estabelecidas as condições da concorrência monopolista.

²⁸ Com estas condições o mercado diz-se que é contestável.

²⁹ Na usual ou tradicional teoria do equilíbrio geral diz-se que o conjunto de produção é convexo. Este assunto será analisado mais tarde, no Capítulo 6. O adjectivo usual pretende designar a mais divulgada, actualmente, teoria do equilíbrio geral, isto é, a que deriva dos trabalhos de Arrow e de Debreu, nomeadamente.

preço representa, também, a quantia que os consumidores estão dispostos a pagar para obter uma unidade adicional da saída. Com o preço igual ao custo marginal e se este for superior ou igual ao custo médio, o problema fica optimamente resolvido. Desta forma, o consumidor paga o preço igual ao custo (marginal) que origina e o produtor, encontrando-se no troço ascendente da curva da oferta, obtém o valor óptimo para a sua função lucro.

Fora do ponto de equilíbrio estático, ponto E, o sistema irá evoluir como se determinou no Capítulo 4; no entanto, na situação transitória, o preço para o qual a transacção é efectuada não é, como já se referiu, explicitamente determinado. Com um elevado número de agentes, quer do lado da procura quer do lado da produção, não é viável uma solução individualizada como no caso visto anteriormente do monopólio com monopsónio. Pelo contrário, há que encontrar uma solução que reduza os custos de transacção; por exemplo, o preço de transacção pode ser associado à curva de oferta, esta condição é compatível com a imposição de informação perfeita.

As condições requeridas pela concorrência perfeita apresentadas anteriormente de forma sumária são pouco exequíveis numa economia desenvolvida.

5.2.5. Oligopólio

O oligopólio designa a situação de mercado na qual há um número reduzido de produtores, alguns dos quais têm consciência da sua influência na evolução do respectivo mercado; por exemplo, são capazes de condicionarem continuamente os preços das suas transacções.

A concorrência entre as empresas de um mercado oligopolista é, essencialmente, o estabelecimento de uma estratégia de interacção. A interacção acontece não só entre produtores e consumidores, mas é sobretudo condicionada pela actuação dos produtores entre si.

É habitual referir que o estudo dos mercados oligopolistas é o espaço apropriado para a aplicação da teoria dos jogos. Hoje, qualquer manual de Economia Industrial apresenta uma boa parte do seu texto dedicada ao estudo da teoria dos jogos. Nem toda a gente concorda com esta postura³⁰.

³⁰ Franklin Fisher, que teve um papel importante para a elaboração deste meu trabalho, como se verifica ao longo do texto pelas contínuas referências, foi defensor da IBM no processo antitrust. Mais recentemente foi defensor do Estado Americano no processo da Microsoft. No artigo *My Career in Economics* da referência [2], ele apresenta:

“Economics and Antitrust: The IBM case ended in 1982, when the government withdrew its complaint, stipulating that the case had been “without merit”. By that time, I had been involved in other antitrust cases as well. A primary theme in my work in such cases (and in other forms of economic litigation) has been the insistence that the economic analysis, properly understood, has a great deal to contribute.

No mundo real, há inúmeros mercados caracterizados por ambientes oligopolistas, e não existe uniformidade no comportamento das empresas de modo a ter uma caracterização única de oligopólio. Pelo contrário, há diferentes modelos aplicáveis a situações distintas; o nosso objectivo é, de uma forma muito sumária, apresentar alguns dos modelos mais conhecidos de oligopólio.

É interessante assinalar que os primeiros modelos de oligopólio remontam ao século XIX: modelo de Cournot e modelo de Bertrand. Eles diferenciam-se entre si pela escolha de variável seleccionada para a actuação estratégica. Assim, com Cournot, as empresas determinam a quantidade a produzir enquanto que para o modelo de Bertrand elas impõem estrategicamente os preços.

Com duas ou mais empresas a competirem, o universo de optimização de cada empresa diminui face à situação monopolista. Assim, na situação de equilíbrio estático a situação oligopolista apresenta um preço inferior ao da situação monopolista. Aumentando o número de empresas no mercado, os modelos de oligopólios mostram que o preço de equilíbrio decresce tendendo para o de situação em concorrência perfeita. Será esta proposição sempre verdadeira? Obviamente que não e espero que este trabalho contribua para desfazer certas generalizações. Por exemplo, se as empresas se comportarem de acordo com o modelo de Bertrand, a solução da concorrência perfeita pode ser obtida só com duas empresas presentes no mercado!

5.3. DESCRIÇÃO DA CONDUTA DOS AGENTES

A situação de equilíbrio estático resulta do cruzamento da curva da oferta com a curva da procura.

O ponto de equilíbrio estático, que pode ser condicionado pela produção ou pelo consumo, fixa o comportamento do mercado do produto em causa, explicitando a sua quantidade e o seu preço.

Fora do equilíbrio estático, o mercado encontra-se em equilíbrio dinâmico, no qual acontecem variações da quantidade do produto. Para conhecer (prever) a grandeza preço do produto é necessário dispor de informação suplementar, como a que, de forma muito sumária, foi apresentada em 5.2..

In this regard, the revolution that has swept industrial organization in the last fifteen years has not proved of much help. (I have elsewhere given my views on this (Fisher, 1989 and 1991), and shall only summarize them here.) It is my position that modern game-theoretic treatments of oligopoly are not, in fact, advancing the subject along very useful lines. Many papers are little more than stylized anecdotes - stories of what can happen. They do not help much in the analysis of real industries and real firms where one wants to know what has happened or what will happen. The embarrassing multiplicity of Nash equilibria corresponds to the fact that oligopoly behaviour depends on context, a fact we knew long ago. The crucial question of when that context is likely to lead to coordinated rather than rivalrous behaviour is very little studied. Yet it is that question that is the important one in practice and certainly in antitrust cases".

A controvérsia sobre este tema é bem descrita em dois artigos publicados simultaneamente em 1989 na revista The RAND Journal of Economics: Fisher F. M.[5] e Shapiro C. [1]. Esta leitura é recomendável.

Por exemplo, parece razoável aceitar que, no caso do monopólio, o produtor estabelece a sua curva de oferta coincidente como o preço que maximiza o seu lucro; assim, na situação monopolista, para uma dada curva da procura, o preço será constante quer o sistema se encontre em regime estacionário ou não. Na situação de concorrência perfeita, é razoável aceitar que o preço de venda está associado ao estabelecido pela curva da oferta, isto é, com o custo marginal de produção.

Nos casos referidos, monopólio e concorrência perfeita, conhecendo as curvas da procura e da oferta, é razoável estabelecer, à priori, a evolução do preço (de venda); situação similar acontece no monopsónio.

Tal não é possível para a generalidade dos mercados de produtos onde a característica oligopolista está presente; para estas situações recomenda-se que a informação sobre o mercado seja completada através da recolha empírica de dados³¹. O preço que caracteriza a transacção é o preço do equilíbrio dinâmico, o qual só será coincidente, simultaneamente, com o estabelecido pelas curvas da procura e da oferta, na situação estática³². Fora do caso estacionário e supondo, por exemplo, que a quantidade do produto é uma função crescente, então para uma dada quantidade

³¹ Mateus [1] apresenta resultados empíricos retirados do artigo de Nijhimura, Ohkusa e Ariga (1999), "Estimating the mark-up over marginal cost: a panel analysis of japanese firms during 1971-1994", International Journal of Industrial Organization, 17: 1077-1111. O quadro apresenta a relação entre o preço e o custo marginal em diferentes sectores da economia japonesa.

Sector	Preço / Custo Marginal
Alimentação e bebidas	1.255
Têxteis	1.133
Papel e polpa	1.259
Produtos químicos	1.105
Farmacêuticos	1.566
Refinação petróleo	1.028
Produtos borracha	1.055
Cimento, vidro e cerâmica	1.204
Ferro e aço	1.097
Produtos metálicos	1.048
Máquinas eléctricas	1.305
Construção e reparação naval	1.309
Automóveis	1.102
Outro material transporte	1.087
Máquinas de precisão	1.094
Outras indústrias manufactureiras	1.082
Construção	1.255
Transportes rodoviários	1.046
Comércio grosso	1.224
Comércio retalho	1.092

É interessante referir a conclusão de A. Mateus: "Em todas as 21 indústrias estudadas é rejeitada a hipótese de concorrência perfeita".

³² Não se considera a situação caracterizada por um operador do mercado ou "leiloeiro de Walras", que determina centralmente o preço do mercado.

do produto, o preço de venda é superior ou igual ao determinado pela curva da oferta e o preço de venda deve ser igual ou inferior ao determinado pela curva da procura.

De uma forma geral, pode dizer-se que o preço (de venda) é função das curvas da procura e da oferta, da estrutura do sector, da difusão da informação, etc.:

$$p = f (p_D, p_S, \text{estrutura do sector, difusão da informação, etc.}) \quad (5.15)$$

5.4.2. O processo da determinação do preço pode variar

Considere-se o sector eléctrico. Ao longo das últimas duas décadas, alguns países modificaram profundamente os enquadramentos legislativos que regem os respectivos sectores eléctricos, nomeadamente, o mecanismo para a obtenção do preço da electricidade. O exemplo mais significativo é o da Inglaterra que substituiu a situação de monopólio regulado a nível nacional por uma bolsa obrigatória de energia eléctrica. Esta foi suprimida recentemente e deu origem a um sistema no qual as trocas de energia se fazem através de contratos bilaterais, não regulados, entre vendedores e compradores.

A evolução do enquadramento legislativo do sector eléctrico, que ocorreu em certos países, modificou profundamente o processo da determinação do preço da electricidade. A mutação aconteceu porque se actuou em temas susceptíveis de serem modificados. O mercado é, também, um conjunto de regras estabelecidas pelos agentes ou por outras instâncias.

A evolução da quantidade do produto no mercado é forçosamente determinada pelos comportamentos dos agentes. Segundo Morishima [1], o próprio Walras teve consciência deste facto quando enunciou o seguinte ajustamento: no mercado, a quantidade de um produto é aumentada ou diminuída se o seu preço excede o seu custo de produção ou vice-versa³³.

5.5. MODELAÇÃO DA INTERACÇÃO ENTRE MERCADOS

5.5.1. Aspectos Gerais

Reduzir o estudo da Economia à elaboração e resolução de um sistema de equações algébricas, equilíbrio geral, foi a proposta teórica da escola de Lausana, na qual L. Walras e V. Pareto foram os principais dinamizadores³⁴. Em Portugal, António Horta Osório foi, no início do século XX, um

³³ Deve reconhecer-se que a Economia é, hoje, mais walrasiana do que o foi o próprio Walras!

³⁴ O verbo reduzir não deve ser entendido como algo depreciativo. Pelo contrário, à semelhança do que acontece em outras ciências, condensar a informação no estritamente necessário é louvável.

divulgador da teoria do equilíbrio geral, mas surpreendentemente reconhecia algumas limitações à teoria emergente da escola de Lausana. Digo surpreendentemente porque à atitude crítica de António H. Osório, alguns economistas aceitam hoje, acriticamente, as conclusões da teoria neo-clássica sem referirem as hipóteses que a suportam.

Com base nos resultados apresentados ao longo do texto é possível desenvolver um modelo que descreva a interacção de mercados.

Não é razoável querer que um modelo tenha em conta as acções de todos os agentes presentes no sistema económico, seria demasiado pesado e de aplicabilidade nula na obtenção de resultados quantitativos. Um sistema de menor dimensão que possa ser considerado mais ou menos isolado, pode ter uma representação, isto é, um modelo capaz de descrever com razoável precisão o comportamento do sistema em causa. Deste modo, é possível obter resultados quantitativos.

No instante t , considera-se um sistema económico constituído por L mercados em interacção. A cada produto de índice h corresponde o respectivo mercado no qual consumidores e produtores interagem.

O sistema económico é caracterizado por L quantidades são $q_1, \dots, q_h, \dots, q_L$. Para o produto h , o conjunto dos consumidores estabelece a sua curva da procura agregada, p_{Dh} e o conjunto dos produtores estabelece a sua curva de oferta agregada, p_{Sh} . Para a quantidade q_h , o conjunto de preços $P_h = \{p_{hij}\}$ é estabelecido, onde p_{hij} é o preço com o qual é efectuada a transacção do produto h pelos agentes i e j . Isto significa que no caso geral não existe um só preço no mercado de um dado produto.

Como já foi referido anteriormente, a redução da dimensão do conjunto P_h (e a eventual obtenção de um só preço em todo o mercado p_h) é condicionada, nomeadamente, pela estrutura do sector e pela difusão da informação.

Nestas condições as evoluções dos mercados são estabelecidas por:

$$\frac{dq_h}{dt} = P_{Dh} - P_{Sh} \quad (5.16)$$

$$P_{hij} = f_h (P_{Dh}, P_{Sh}, \text{estrutura do sector } h, \text{informação dos agentes } i \text{ e } j, \dots) \quad (5.17)$$

Com $h = 1, \dots, L$

Para o produto h a equação (5.16) descreve o equilíbrio dinâmico do mercado, enquanto que (5.17) é a relação que estabelece o preço e traduz, também, a conduta dos agentes.

É possível, teoricamente, descrever o comportamento do sistema económico; no entanto, é requerida uma grande quantidade de informação que, habitualmente, não está disponível instantaneamente.

Na prática, a informação disponível, habitualmente, são séries temporais das quantidades e dos preços dos produtos, a Fig. 4-12 ilustra este tipo de informação. Com esta informação do passado e conhecendo as funções da produção ou do consumo, então cada agente elabora a sua estratégia.

Nos anos 30, A. Wald [1] preocupa-se com a questão da demonstração da existência do equilíbrio geral. Para ele, a igualdade entre o número de equações e o número de incógnitas não é uma condição suficiente para assegurar a existência de uma solução para o sistema de equações. No entanto, se determinadas condições foram verificadas, Wald demonstra de forma rigorosa a existência de um equilíbrio numa economia de produção.

Como refere J. Reinhard [1], a essência da contribuição de Wald não tem sido plenamente reconhecida na literatura existente. Contrariamente ao modelo de Arrow - Debreu, o de Wald é um convite à introdução da dinâmica, que o próprio Wald anunciou que iria realizar³⁵.

5.5.2. Sistema de N Mercados em Equilíbrio Estático de Wald

Esta parte do trabalho é praticamente a tradução do artigo de Wald [1] "On Some Systems of Equations of Mathematical Economics" publicado na *Econometrica*³⁶.

³⁵ Infelizmente, Wald morreu prematuramente num acidente de aviação em 1950 e, quanto é do nosso conhecimento, aquela promessa não se concretizou.

³⁶ Traduzido em 1951 por Otto Eckstein de "Über einige Gleichungssysteme der mathematischen Ökonomie", *Zeitschrift für Nationalökonomie*, Vol. 7, Nº 5, 1936.

Walras estabeleceu um conjunto de equações para a determinação dos preços e das quantidades dos produtos; posteriormente, Cassel divulgou esta representação de uma forma simplificada. Assim, R_1, R_2, \dots, R_m são factores de produção, os quais podem ser usados em diferentes combinações para produzirem os diferentes produtos S_1, S_2, \dots, S_n .

Para a produção de uma unidade de S_j ($j = 1, \dots, n$) utiliza-se a_{1j} unidades de R_1 , a_{2j} unidades de R_2 , ..., a_{mj} unidades de R_m . Se o produtor tem disponível r_1 unidades de R_1 , r_2 unidades de R_2 , ..., r_m unidades de R_m , se igualmente se sabe que o preço de uma unidade de S_j é $f_j(s_1, \dots, s_n)$ e tendo em conta que são produzidas s_1 unidades de S_1 , s_2 unidades de S_2 , ..., s_n unidades de S_n , então as $(m + 2n)$ equações de Walras-Cassel correspondem às seguintes incógnitas: os m preços ρ_i relativos a cada uma das unidades dos factores R_1, R_2, \dots, R_m , as n quantidades s_j e os n preços σ_j relativos aos produtos S_1, S_2, \dots, S_n .

As equações de Walras-Cassel são dadas por:

$$r_1 = a_{11}s_1 + a_{12}s_2 + \dots + a_{1n}s_n \quad (5.18a)$$

$$r_2 = a_{21}s_1 + a_{22}s_2 + \dots + a_{2n}s_n \quad (5.18b)$$

$$\bullet \bullet \bullet \quad (5.18c)$$

$$r_m = a_{m1}s_1 + a_{m2}s_2 + \dots + a_{mn}s_n \quad (5.18d)$$

$$\sigma_1 = a_{11}\rho_1 + a_{21}\rho_2 + \dots + a_{m1}\rho_m \quad (5.18e)$$

$$\sigma_2 = a_{12}\rho_1 + a_{22}\rho_2 + \dots + a_{m2}\rho_m \quad (5.18f)$$

$$\bullet \bullet \bullet \quad (5.18g)$$

$$\sigma_n = a_{1n}\rho_1 + a_{2n}\rho_2 + \dots + a_{mn}\rho_m \quad (5.18h)$$

$$\sigma_1 = f_1(s_1, \dots, s_n) \quad (5.18i)$$

$$\sigma_2 = f_2(s_1, \dots, s_n) \quad (5.18j)$$

$$\bullet \bullet \bullet \quad (5.18l)$$

$$\sigma_n = f_n(s_1, \dots, s_n) \quad (5.18m)$$

Relativamente às equações apresentadas anteriormente vários economistas reconheceram que seria necessário introduzir algumas restrições para que elas tivessem um significado económico.

Os factores R_1, R_2, \dots, R_m podem ser escassos ou gratuitos, nesta última situação o preço do factor é nulo. Para contemplar este caso, as primeiras m equações de Walras são modificadas:

$$r_i = a_{i1}s_1 + a_{i2}s_2 + \dots + a_{in}s_n + \bar{u}_i \quad (5.19)$$

onde para cada $i = 1, \dots, m$, tem-se $\bar{u}_i \geq 0$. Os factores para os quais se tem $\bar{u}_i > 0$, são factores gratuitos e têm um preço igual a zero, $\rho_i = 0$. Para contemplar este caso são acrescentadas m equações:

$$\bar{u}_i \rho_i = 0 \text{ com } i = 1, \dots, m \quad (5.20)$$

Tendo em conta o facto anterior, o sistema é constituído por $(2m + 2n)$ equações. Para $i = 1, \dots, m$ e para $j = 1, \dots, n$, o novo sistema de equações na forma condensada é dado por:

$$r_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}s_j + \bar{u}_i \quad (5.21a)$$

$$\bar{u}_i \rho_i = 0 \quad (5.21b)$$

$$\sigma_j = \sum_{i=1}^m a_{ij}\rho_i \quad (5.21c)$$

$$\sigma_j = f_j(s_1, \dots, s_n) \quad (5.21d)$$

Considera-se que os valores de r_i e a_{ij} e as funções $f_j(s_1, \dots, s_n)$ são dados e as variáveis \bar{u}_i , ρ_i , s_j e σ_j são as incógnitas.

Desde que certas hipóteses sejam realizadas sobre os dados r_i e a_{ij} e sobre as funções $f_j(s_1, \dots, s_n)$, o sistema de equações (5.21) apresenta uma solução única e não negativa.

Wald demonstrou o seguinte teorema:

O sistema de equações (5.21) possui um conjunto único de soluções não negativas para as $(2m + 2n)$ incógnitas \bar{u}_i , ρ_i , s_j e σ_j , se as seguintes condições forem verificadas.

- 1) $r_i > 0$ com $i = 1, \dots, m$.
- 2) $a_{ij} \geq 0$ com $i = 1, \dots, m$ e $j = 1, \dots, n$.

- 3) Para cada j existe pelo menos um i tal que $a_{ij} > 0$.
- 4) A função $f_j(s_1, \dots, s_n)$ é não negativa e contínua para o conjunto dos números não negativos s_1, \dots, s_n , para os quais se deve ter $s_j \neq 0$.
- 5) Se o conjunto de números não negativos s_1^k, \dots, s_n^k com $k = 1, 2, \dots, \infty$ e $s_j^k > 0$ para cada k , converge para um conjunto s_1, \dots, s_n no qual $s_j = 0$, então tem-se $\lim_{k \rightarrow \infty} f_j(s_1^k, \dots, s_n^k) = \infty$ para $j = 1, \dots, n$.
- 6) Se $\Delta s_1, \dots, \Delta s_n$ são quaisquer valores das variações das quantidades dos produtos S_j , onde pelo menos uma é menor que zero e se se tem:

$$\sum_{j=1}^n \sigma_j \Delta s_j \leq 0$$

então, verifica-se:

$$\sum_{j=1}^n \sigma'_j \Delta s_j < 0$$

onde $\sigma'_j = f_j(s_1 + \Delta s_1, \dots, s_n + \Delta s_n)$ com $j = 1, \dots, n$.

Se igualmente se verifica a condição seguinte, então a solução, também, é única para as incógnitas ρ_1, \dots, ρ_m .

7) A ordem da matriz

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{m2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

é m , isto é, há m linhas na matriz cujo determinante, formado por estas m linhas, é diferente de zero.

Em resumo, as condições 1 a 6 validam a unicidade das incógnitas s_j , σ_j e \bar{u}_i e a condição 7 assegura a unicidade das incógnitas ρ_i .

Seguidamente explora-se o significado económico das condições apresentadas anteriormente; deve reconhecer-se a preocupação de Wald em realizar hipóteses com significado económico.

A condição 1 estabelece a existência de uma quantidade positiva para cada um dos factores de produção R_i . A condição 2 implica que a quantidade de R_i necessária para a produção de uma unidade do produto S_j é não negativa. A condição 3 significa que pelo menos um dos factores de produção R_i é necessário para a produção de um produto S_j . As condições de 1 a 3 são inteiramente justificadas em bases económicas.

A condição 4 estabelece que a relação entre os preços e as quantidades procuradas é uma função contínua. Esta é uma hipótese que facilita a análise matemática, mas aceitável, ela corresponde à curva da procura do mercado, ver Hildenbrand [1].

A condição 5 diz que a procura s_j do produto S_j é zero apenas quando o preço de uma unidade de S_j é infinitamente grande. A procura s_j do produto S_j é positiva para um qualquer preço finito.

A condição 6 restringe a classe das funções da procura do mercado $f_j(s_1, \dots, s_n)$. Ela pode ainda ser apresentada da seguinte forma:

6') Se as quantidades s_1, \dots, s_n dos produtos S_1, \dots, S_n variam de $\Delta s_1, \dots, \Delta s_n$, onde pelo menos uma destas variações é diferente de zero, a variação do preço de uma unidade de S_j é dada por:

$$\Delta \sigma_j = f_j(s_1 + \Delta s_1, \dots, s_n + \Delta s_n) - f_j(s_1, \dots, s_n)$$

e verifica a seguinte condição:

$$\Delta \sigma_1 \Delta s_1 + \Delta \sigma_2 \Delta s_2 + \dots + \Delta \sigma_n \Delta s_n < 0$$

Considerando $\Delta \sigma$ e Δs dois vectores, pode escrever – se:

$$\Delta \sigma \circ \Delta s < 0$$

O produto interno ser menor que zero, significa que os dois vectores formam um ângulo entre si superior a 90°. Deste modo, um aumento na quantidade procurada significa uma diminuição do respectivo preço, Hildenbrand [1].

Wald demonstrou que o conjunto de equações (5.21) caracteriza uma situação de equilíbrio estático do sistema económico considerado. Nesta situação estacionária, as incógnitas tomam valores não negativos.

Deve referir-se ainda que o sistema de equações assume algumas hipóteses, nomeadamente, a produção de uma unidade de um produto S_j é tecnicamente possível através de um único método.

Na realidade, um produto pode ser produzido por vários métodos e os coeficientes técnicos de produção podem variar ao longo do tempo.

A equação (5.21) sugere que Wald considera rendimentos constantes à escala, este facto é reconhecido por Hildenbrand[2]. No entanto, pode colocar-se a seguinte questão: se os rendimentos não forem constantes, verifica-se ou não a existência de um equilíbrio geral?

Pensamos que o equilíbrio geral pode existir qualquer que seja o tipo de rendimento à escala presente no processo produtivo. Para que se verifique a existência do equilíbrio é necessário que o sistema económico seja descrito por um conjunto de equações similar a (5.21) e que verifique as 7 condições descritas por Wald.

Considere-se que o custo de produção do produto S_j é dado por:

$$\sigma_j = \sigma_{j0} + \alpha_j s_j \quad (5.22)$$

Genericamente, o custo de produção é definido por uma parcela constante, $\sigma_{j0} \geq 0$, e uma outra parcela variável com a quantidade do produto, $\alpha_j s_j$. O parâmetro α_j descreve o tipo de rendimentos à escala presentes na produção de S_j : $\alpha_j = 0$ significa rendimentos constantes à escala, $\alpha_j > 0$ descreve a situação de rendimentos decrescentes à escala, enquanto $\alpha_j < 0$ traduz o caso de rendimentos crescentes à escala.

Introduzindo a condição (5.22) na equação (5.21d), obtém-se:

$$\sigma_{j0} + \alpha_j s_j = f_j(s_1, \dots, s_n) \quad (5.23a)$$

Ou

$$\sigma_{j0} = f_j(s_1, \dots, s_n) - \alpha_j s_j = g_j(s_1, \dots, s_n) \quad (5.23b)$$

Existirá um equilíbrio, segundo Wald, se a função $g_j(s_1, \dots, s_n)$ verificar as condições 4,5 e 6 do Teorema de Wald.

No caso de rendimentos decrescentes à escala, $\alpha_j > 0$, se $f_j(s_1, \dots, s_n)$ verifica as condições 4,5 e 6 do Teorema, então a função $g_j(s_1, \dots, s_n)$ também as verifica.

Para a situação de rendimentos crescentes à escala, $\alpha_j < 0$, se $f_j(s_1, \dots, s_n)$ verifica as condições 4,5 e 6 do Teorema, então a função $g_j(s_1, \dots, s_n)$ pode não verificar a condição 6. A função

$g_j(s_1, \dots, s_n)$ é constituída por duas parcelas, a presença de $-\alpha_j s_j$, crescente com s_j , pode inibir a verificação da condição 6. No entanto, haverá uma gama de rendimentos crescentes à escala que permite a verificação de tal condição.

Em resumo, as condições da existência do equilíbrio geral estabelecidas por Wald admitem qualquer tipo de rendimentos à escala, desde que a função $g_j(s_1, \dots, s_n)$ verifique a condição 6. O significado da limitação da gama dos rendimentos crescentes à escala será analisado mais tarde quando se analisar a estabilidade do ponto de equilíbrio.

5.5.3. Sistema de N Mercados em Equilíbrio Dinâmico

5.5.3.1 Desenvolvimento do modelo

Para o sistema económico considerado, representado pelo conjunto de equações (5.21), Wald demonstrou a existência de uma situação estacionária. Existindo uma tal situação de equilíbrio estático, coloca-se a seguinte questão: como é que o sistema, ao longo do tempo, evolui para a referida situação estacionária?

Fora do ponto de equilíbrio estático, pode afirmar-se que o sistema económico se encontra em desequilíbrio, no entanto se se determinar uma representação que descreva o seu comportamento dinâmico, talvez seja mais razoável dizer que o sistema económico se encontra em equilíbrio dinâmico, tal como foi apresentado no Capítulo 4, na análise de um mercado isolado

A apresentação de Wald sugere que a análise efectuada no Capítulo 4 seja generalizada aos n mercados que constituem o sistema económico considerado.

Para cada um dos produtos S_j com $j = 1, \dots, n$, existe um mercado específico no qual os agentes, consumidores e vendedores, tomam as suas decisões, em princípio de uma forma descentralizada tal como acontece na maioria dos mercados existentes.

Até à obtenção da situação estacionária, se esta for um ponto estável, sugere-se o seguinte modelo dinâmico baseado no ajustamento da quantidade.

Admite-se que são conhecidos os parâmetros a_{ij} e I_j que, no entanto podem ser variáveis no tempo, as funções $f_j(s_1, \dots, s_n)$ e as evoluções dos preços σ_j . Estes últimos representam os custos unitários de produção dos produtos S_j , os quais podem ser constantes no caso de os

rendimentos à escala serem constantes, mas também podem ser variáveis com a quantidade s_j , se a produção apresentar rendimentos à escala não constantes.

O preço, que caracteriza a transacção s_{jk} entre um consumidor e um produtor do produto S_j , é designado por p_{jk} que, normalmente, deve estar compreendido entre os valores dados pelas funções f_j e σ_j . O valor de p_{jk} só está univocamente determinado na situação estacionária, fora deste caso pode ser fixado exogenamente se o mercado for regulado, determinado pelo “leiloeiro” de Walras ou, no caso geral, pertence a um conjunto $P_j = \{p_{jk}\}$, cujos elementos têm uma distribuição que depende, nomeadamente, da estrutura do sector, da difusão da informação, etc.

No instante considerado inicial $t = 0$, considera-se que se conhece as quantidades iniciais das grandezas $s_j: s_{10}, \dots, s_{n0}$. Teoricamente, é possível extrapolar o comportamento do sistema ao longo do tempo:

$$r_1 \geq a_{11}s_1 + a_{12}s_2 + \dots + a_{1n}s_n \quad (5.24a)$$

$$r_2 \geq a_{21}s_1 + a_{22}s_2 + \dots + a_{2n}s_n \quad (5.24b)$$

$$\bullet \bullet \bullet \quad (5.24c)$$

$$r_m \geq a_{m1}s_1 + a_{m2}s_2 + \dots + a_{mn}s_n \quad (5.24d)$$

$$p_1 = a_{11}\rho_1 + a_{21}\rho_2 + \dots + a_{m1}\rho_m \quad (5.24e)$$

$$p_2 = a_{12}\rho_1 + a_{22}\rho_2 + \dots + a_{m2}\rho_m \quad (5.24f)$$

$$\bullet \bullet \bullet \quad (5.24g)$$

$$p_n = a_{1n}\rho_1 + a_{2n}\rho_2 + \dots + a_{mn}\rho_m \quad (5.24h)$$

$$I_1 \frac{ds_1}{dt} = [f_1(s_1, \dots, s_2) - \sigma_1] \quad (5.24i)$$

$$I_2 \frac{ds_2}{dt} = [f_2(s_1, \dots, s_2) - \sigma_2] \quad (5.24j)$$

$$\bullet \bullet \bullet \quad (5.24l)$$

$$I_n \frac{ds_n}{dt} = [f_n(s_1, \dots, s_2) - \sigma_n] \quad (5.24m)$$

p_j pode ser o preço médio ponderado que resulta dos preços p_{jk} associados às respectivas transacções. Ele deve verificar a seguinte condição:

$$f_1(s_1, \dots, s_n) \geq p_j = f(f_j, \sigma_j, \text{estrutura do sector } j, \dots) \quad (5.25n)$$

5.5.3.2 Aplicações

Para ilustrar a necessidade das condições do teorema da unicidade, Wald considera o seguinte sistema de equações:

$$r_1 = a_{11}s_1 + a_{12}s_2 + \bar{u}_1 \quad (5.26a)$$

$$\sigma_1 = a_{11}\rho_1 \quad (5.26b)$$

$$\sigma_2 = a_{12}\rho_1 \quad (5.26c)$$

$$\sigma_1 = f_1(s_1, s_2) \quad (5.26d)$$

$$\sigma_2 = f_2(s_1, s_2) \quad (5.26e)$$

Em determinadas condições, Wald mostra que o sistema de equações anterior apresenta uma solução única e não negativa: $s_{10}, s_{20}, \sigma_{10}, \sigma_{20}, \rho_{10}$.

Mas tal solução é um ponto estável?

Para responder à questão anterior, utiliza-se o modelo dinâmico (5.28) baseado no ajustamento de quantidade:

$$I_1 \frac{ds_1}{dt} = f_1(s_1, s_2) - \sigma_1(s_1) \quad (5.27a)$$

$$I_2 \frac{ds_2}{dt} = f_2(s_1, s_2) - \sigma_2(s_2) \quad (5.27b)$$

Admite-se que os custos unitários de produção σ_1 e σ_2 variam com as respectivas quantidades dos produtos s_1 e s_2 .

Considere-se as pequenas perturbações em torno da situação de equilíbrio estacionário $s_{10}, s_{20}, \sigma_{10}, \sigma_{20}, \rho_{10}$; deste modo, obtém-se o sistema de equações diferenciais lineares das variações em torno do ponto de equilíbrio:

$$I_1 \frac{d\Delta s_1}{dt} \cong \left(\frac{\partial f_1}{\partial s_1} \right)_0 \Delta s_1 + \left(\frac{\partial f_1}{\partial s_2} \right)_0 \Delta s_2 - \left(\frac{\partial \sigma_1}{\partial s_1} \right)_0 \Delta s_1 \quad (5.28a)$$

$$I_2 \frac{d\Delta s_2}{dt} \cong \left(\frac{\partial f_2}{\partial s_1} \right)_0 \Delta s_1 + \left(\frac{\partial f_2}{\partial s_2} \right)_0 \Delta s_2 - \left(\frac{\partial \sigma_2}{\partial s_2} \right)_0 \Delta s_2 \quad (5.28b)$$

Relativamente aos coeficientes das equações anteriores, são admitidas as hipóteses:

o efeito de substituição associado à própria mercadoria é negativo

$$\left(\frac{\partial f_1}{\partial s_1} \right)_0 = a_1 < 0, \quad \left(\frac{\partial f_2}{\partial s_2} \right)_0 = a_2 < 0$$

o efeito de substituição de dois produtos substitutos é positivo

$$\left(\frac{\partial f_1}{\partial s_2} \right)_0 = b_1 > 0, \quad \left(\frac{\partial f_2}{\partial s_1} \right)_0 = b_2 > 0$$

o declive da curva da oferta do mercado pode apresentar um valor positivo, negativo ou nulo

$$\left(\frac{\partial \sigma_1}{\partial s_1} \right)_0 = c_1, \quad \left(\frac{\partial \sigma_2}{\partial s_2} \right)_0 = c_2$$

Se X designar a transformada de Laplace de Δs_1 e Y a transformada de Laplace de Δs_2 , o sistema das equações das variações das quantidades dos produtos (5.31) estabelece, aproximadamente, o seguinte sistema de equações algébricas:

$$I_1 s X = (a_1 - c_1) X + b_1 Y \quad (5.29a)$$

$$I_2 s Y = (a_2 - c_2) Y + b_2 X \quad (5.29b)$$

O diagrama de blocos respectivo é representado na figura seguinte.

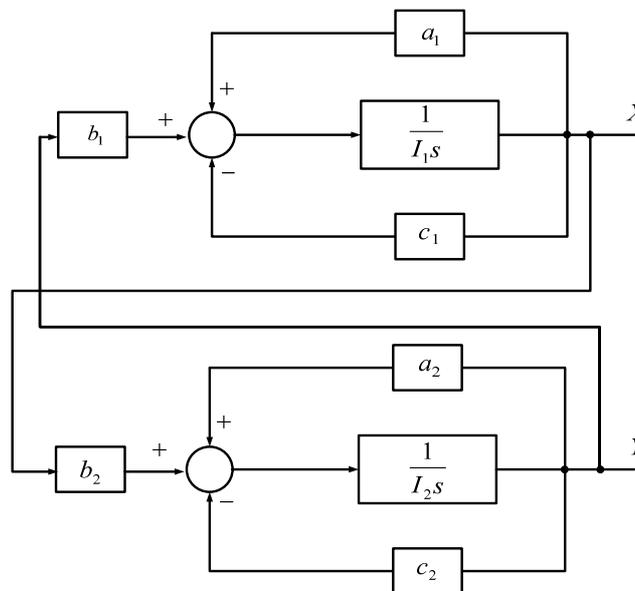


Fig. 5-5: Diagrama de blocos de sistema económico com dois mercados.

No Capítulo 4 analisou-se a interacção entre produtores e consumidores de um dado produto numa perspectiva de equilíbrio parcial, isto é, do mercado isolado. Mostrou-se que, mesmo nesta representação simplificada, existiam efeitos de retroacção “feedbacks”: o valor da saída condiciona os comportamentos agregados dos consumidores e vendedores, o que traduz efeitos automáticos. Estes efeitos continuam presentes no diagrama da Fig. 5-5, no entanto existem, também, outros efeitos, os que resultam da interacção entre os mercados dos diferentes produtos: a saída do mercado 1, designada por X, condiciona o mercado 2 e a saída do mercado 2, designada por Y, influencia o mercado 1.

O ponto de equilíbrio estático em análise pode ser estável ou instável; é a localização dos pólos do sistema que determina tal comportamento. Estes são dados pelas raízes da equação característica:

$$(I_1 I_2) s^2 + (-I_1 a_2 + I_1 c_2 - I_2 a_1 + I_2 c_1) s + (a_1 a_2 - a_1 c_2 - a_2 c_1 + c_1 c_2 - b_1 b_2) = 0 \quad (5.30)$$

O sistema é estável no ponto de equilíbrio em análise se as raízes da equação anterior apresentarem parte real negativa.

Para facilitar a análise, faz-se a hipótese que, individualmente, os dois mercados em interacção têm comportamentos semelhantes:

$$I_1 = I_2 = I, \quad a_1 = a_2 = a, \quad b_1 = b_2 = b, \quad c_1 = c_2 = c \quad (5.31)$$

Introduzindo as condições anteriores na equação (5.30), obtém-se:

$$I^2 s^2 + 2I(-a + c)s + (a^2 - 2ac + c^2 - b^2) = 0 \quad (5.32)$$

As duas raízes são dadas por:

$$s_1^* = \frac{a - c - b}{I} \quad (5.33a)$$

$$s_2^* = \frac{a - c + b}{I} \quad (5.34b)$$

Para o sistema em análise, constituído por dois mercados semelhantes em interacção, duas situações se podem colocar.

Sistemas de produção com rendimentos não crescentes à escala, $c \geq 0$.

Neste caso a curva da oferta agregada apresenta um declive com um valor positivo ou nulo, $c \geq 0$.

Considera-se que, em valor absoluto, o efeito de substituição do próprio produto, $|a| = \left| \left(\frac{\partial f_1}{\partial s_1} \right)_0 \right|$,

é superior ao efeito de substituição do produto substituído, $b = \left(\frac{\partial f_1}{\partial s_2} \right)_0$, que se considera

positivo, isto é, verifica-se $|a| > b$. Com estas condições o sistema é sempre estável: $s_1^* < 0$ e $s_2^* < 0$, isto é, o ponto de equilíbrio é estável.

Sistemas de produção com rendimentos crescentes à escala, $c < 0$.

Para o caso de rendimentos crescentes à escala, $c < 0$, o sistema é instável se verificar: $a - c + b > 0$, isto é o ponto de equilíbrio estático é instável. Esta condição é mais gravosa que a equivalente estabelecida no mercado isolado, onde se obtém $a - c > 0$, ver ponto (4.5.). Pode concluir-se que no sistema simplificado em análise, a raiz $s_2^* = \frac{a - c + b}{I}$ é a determinante no estabelecimento da estabilidade do ponto de equilíbrio. É interessante salientar que o efeito de substituição do produto substituto provoca de certo modo uma diminuição do valor do declive da função da procura agregada.

Resumindo, a estabilidade do ponto de equilíbrio foi analisada. A metodologia utilizada, linearização em torno do ponto de equilíbrio, permite, também, descrever a evolução do sistema em torno do ponto de equilíbrio, desde que ela, naturalmente, se confine a pequenas variações em torno do referido ponto.

Subsiste ainda uma questão, fora do ponto de equilíbrio como evolui o sistema ao longo do tempo? Teoricamente, há uma resposta. Continuando com o exemplo de Wald (5.26), o modelo dinâmico de Wald baseado no ajustamento da quantidade (5.25) permite determinar a evolução temporal das quantidades dos produtos, enquanto que a função (5.27) estabelece uma metodologia para a determinação dos preços das transacções.

Na situação dinâmica, pode ter-se transitoriamente uma situação instável! Como se viu no Capítulo 4, a expansão do sistema económico acontece com taxas de crescimento positivas.

Na prática, só o conhecimento de I_j , f_j , σ_j permite que seja determinado *ex-ante* o comportamento dinâmico. Muitas vezes, a evolução temporal é baseada em conhecimento *ex-post*, com base nos valores do passado estima-se a evolução futura.

Nesta aplicação, utilizou-se o exemplo simplificado de Wald, a generalização dos resultados a sistemas de maior dimensão, isto é, n mercados em interacção não levanta problemas teóricos.

TEORIA DO EQUÍLIBRIO GERAL (Arrow - Debreu)

6.1. ASPECTOS GERAIS

6.1.1. Introdução

A questão do equilíbrio tem estado sempre presente no desenvolvimento da ciência económica. Assim, podemos encontrar em qualquer manual de Microeconomia, a análise do equilíbrio do mercado isolado, isto é, do mercado de um só produto: teoria do equilíbrio parcial³⁷ ou, no caso que procura ser mais abrangente, a apresentação do equilíbrio resultante da interacção de mercados em concorrência perfeita: teoria do equilíbrio geral.

A problemática do equilíbrio do mercado isolado consiste, habitualmente, na obtenção do preço e da quantidade de equilíbrio resultante da igualdade entre as curvas da procura e da oferta. No caso do equilíbrio geral ou da interacção de mercados em concorrência perfeita, procuram obter-se os preços e as quantidades de equilíbrio que são as soluções do sistema de equações que descrevem os comportamentos dos agentes económicos, ou que resultam da tangência entre os conjuntos agregados da produção e do consumo.

Tal como é considerado actualmente na Microeconomia, a problemática do equilíbrio é a resolução de um problema estático³⁸.

L. Walras foi o primeiro economista a propor um modelo global para descrever o funcionamento de uma parte do sistema económico, a parte referente aos mercados em concorrência perfeita. Fundamentalmente, o equilíbrio geral consiste em estabelecer um sistema de equações que traduzem as relações de interdependência entre as diferentes variáveis económicas. Este sistema de equações descreve a situação de equilíbrio estático dos mercados em concorrência perfeita. E, se o sistema tem tantas equações quantas as incógnitas, então existe uma solução: o conjunto dos preços, ou o vector dos preços, de equilíbrio. Segundo Walras, a existência do equilíbrio está assegurada, na medida em que o número de incógnitas é igual ao número de equações. Para

³⁷ Nos Capítulos 4 e 5 do texto, o mercado de um só produto não é uma realidade estática e isolada, mas é visto como uma parte do sistema económico que permite descrever a interacção dinâmica entre as acções dos consumidores e as dos produtores.

³⁸ O modelo do equilíbrio geral de Arrow – Debreu não admite o comportamento dinâmico do sistema económico. Os consumidores e os produtores estabelecem os seus planos óptimos no instante t_0 e tudo fica determinado para a eternidade!

analisar a dinâmica do equilíbrio, Walras propôs a metodologia do "tâtonnement", a qual estabelece que a variação do preço segue em direção ao equilíbrio³⁹.

Mais tarde, em 1935-36, Abraham Wald⁴⁰ demonstrou as condições necessárias à unicidade da solução de equilíbrio. No Capítulo 5, a contribuição de Wald foi descrita. É importante referir que as condições necessárias, determinadas por Wald, para a existência do equilíbrio não impõem rendimentos decrescentes à escala. Deste modo, a existência do equilíbrio geral é mais abrangente que a estabelecida pela usual teoria do equilíbrio geral, que a seguir se apresenta de forma sumária.

Em meados do século XX, a teoria do equilíbrio geral teve um novo impulso. Os principais obreiros da tarefa foram K. Arrow e G. Debreu que introduziram uma revolução nos métodos matemáticos de análise económica: o cálculo diferencial é substituído pela análise axiomática e a utilização da teoria dos conjuntos. Os teoremas do ponto fixo e as relações topológicas sobre conjuntos convexos são ferramentas fundamentais na moderna teoria do equilíbrio geral. Esta é o que se designa ao longo do texto por tradicional ou usual teoria do equilíbrio geral.

Como se afirmou no ponto 5.2.4., as condições requeridas pela concorrência perfeita são pouco exequíveis numa economia desenvolvida. Assim sendo, faz sentido a apresentação da teoria do equilíbrio geral? Pensamos que sim, pois a Microeconomia atribui-lhe um importante papel que importa conhecer.

As considerações sobre o equilíbrio geral que a seguir se apresentam baseiam-se nos primeiros capítulos do nosso texto. Considera-se ainda que os conjuntos de produção e de consumo são convexos e que existe uma relação biunívoca entre produtos e preços. A correspondência estabelecida entre a quantidade do produto e o conjunto de preços possíveis reduz-se a uma função biunívoca, pois considera-se que o sistema encontra-se em equilíbrio estático.

As demonstrações dos teoremas do bem estar, que a seguir se descrevem, são adaptações das apresentadas por F. Fisher [1].

Devo salientar que o presente Capítulo não substitui, para os mais interessados, o estudo de referências dedicadas à problemática da moderna teoria do equilíbrio geral, por exemplo:

³⁹ Samuelson traduziu matematicamente o processo de tâtonnement; é o ajustamento do preço descrito no Capítulo 4.

⁴⁰ A demonstração de Abraham Wald foi recentemente retomada no artigo "Abraham Wald's equilibrium existence proof" de Reinhard John [1].

Debreu[1], Mas-Collel e outros[1] e Malinvaud[1]. Relativamente ao trabalho desenvolvido por Walras e Pareto existe, em português, o texto de A. Horta Osório[1] intitulado A Matemática na Economia Pura (1911). Mais recentemente, Jacinto Nunes[1] apresentou a comunicação Subsídios para a História do Equilíbrio Geral.

6.1.2. A Existência Do Equilíbrio

Nos Capítulos 2 e 3 foi estudada a optimização dos agentes: produtores e consumidores. A operação é possível se os conjuntos de produção e de consumo forem convexos. Se o critério de máxima satisfação, tendo em conta as restrições a que o consumidor está submetido, parece aceitável, a maximização do lucro só é possível em conjuntos de produção convexos. Este facto inibe, na tradicional teoria do equilíbrio geral, a existência de rendimentos crescentes à escala.

Considere-se pois, as condições de concorrência perfeita. Os agentes, com preços dados e num enquadramento sem incerteza, optimizam as suas acções: de produção e de consumo. A questão que se coloca é se existe um conjunto de preços para os quais os planos de consumo e os planos de produção são mutuamente compatíveis? Se este conjunto de preços existir, diz-se que o sistema económico se encontra em equilíbrio geral.

O raciocínio que está implícito no parágrafo anterior é o da aplicação dos teoremas do ponto fixo, úteis na demonstração da existência do equilíbrio. O Teorema do Ponto Fixo de Brower estabelece que uma função contínua aplicada a um conjunto convexo, fechado e limitado sobre si mesmo apresenta um ponto fixo: $p^* = F(p^*)$. Se, em vez de uma função se tiver uma correspondência então aplica-se o Teorema do Ponto Fixo de Kakutani para obter a demonstração da existência do equilíbrio⁴¹.

Na moderna teoria do equilíbrio geral deixa-se de referir a igualdade entre o número de equações e o número de incógnitas. Esta condição não é suficiente, pois a proposição só é verdadeira se as equações forem linearmente independentes e ainda se exige que as soluções sejam economicamente viáveis, isto é, os preços devem ser não negativos. No Capítulo 5, foi apresentado extensivamente o trabalho de Wald, referente à existência do equilíbrio geral.

⁴¹ A metodologia do ponto fixo não é apresentada neste Capítulo.

A questão da existência de um tal equilíbrio é muito importante. F. Fisher [2] afirma: " A existência é requerida pela consistência da teoria microeconómica. Se aquele equilíbrio não existe sempre, então as teorias parciais do equilíbrio individual não podem ser todas verdadeiras ao mesmo tempo. De forma similar, se os planos de optimização dos agentes não se verificam todos simultaneamente, então o equilíbrio geral não existe e toda a teoria da Microeconomia necessita ser repensada".

Tão importante como a existência é a eficiência que se associa à situação do equilíbrio geral. Fisher afirma ainda: " Se se usa o equilíbrio geral como um termo de comparação em relação ao qual se julga a eficiência, então tal equilíbrio geral é melhor que exista! Se tal não se verifica, então os teoremas da eficiência não valem muito. Pode colocar-se a questão em termos mais concretos. Muitas das recomendações que os economistas do Ocidente dão aos seus governos referem-se a que não se deve interferir na acção de um sistema de preços competitivo. Se este conselho é bom ou mau, a sua justificação reside nas propriedades da eficiência do equilíbrio concorrencial. Se tal equilíbrio não existe, então o conselho não tem sentido".

6.1.3. A Eficiência do Equilíbrio

No ponto anterior já se referiu a questão da eficiência que se associa ao equilíbrio geral. O conceito de eficiência utilizado na teoria do equilíbrio geral é a eficiência de Pareto. Diz-se que uma situação apresenta eficiência de Pareto ou é um óptimo de Pareto se e só se, partindo da situação, é impossível melhorar a satisfação de um agente sem prejudicar um outro agente.

A noção da eficiência de Pareto não fornece uma ordem completa das situações eficientes. Há uma infinidade de pontos óptimos de Pareto. A escolha entre tais pontos deve ser realizada com base noutros valores, nomeadamente, baseada em considerações de equidade, as quais, refira-se, não constituem objectivos da teoria do equilíbrio geral.

Considere-se a situação caracterizada por um consumidor muito pobre e por um consumidor muito rico; se for possível diminuir a pobreza do primeiro sem afectar a riqueza do segundo, então a situação não apresenta eficiência de Pareto, se tal não for possível então a situação é um óptimo de Pareto!

Apesar de tudo, a obtenção da eficiência de Pareto é um objectivo desejável, embora limitado.

6.1.4. O Modelo do Equilíbrio Geral

Nesta breve apresentação dos principais resultados da tradicional teoria do equilíbrio geral, vão ser utilizados alguns dos conceitos apresentados nos três primeiros Capítulos do texto.

Os produtos definidos no espaço R^l são componentes dos vectores de consumo e de produção. Quando se descreveu a função da produção, os produtos de saída foram distinguidos dos produtos de entrada; os primeiros, também chamados produtos de consumo, são designados pelo vector x , enquanto que os segundos, também chamados factores de produção, são designados por v . Um plano de produção foi definido por: $y = (-v, x)$, com $x = f(v)$. Um factor de produção transforma-se directamente num produto de saída, se se utilizar uma função de produção que associa directamente a entrada à saída: $y = (-v, v)$ o que é equivalente a $x = v = f(v)$.

Considera-se que existem m consumidores, cada um referenciado por um índice: $i = 1, \dots, m$. Para o consumidor de ordem i , o plano de consumo é uma especificação das quantidades consumidas. Assim, um plano de consumo, uma acção, é um ponto x_i no espaço R^l dos produtos, x_i é um vector de l componentes, muitas das quais são, naturalmente, nulas. A soma dos x_i sobre todos os consumidores é o vector do consumo agregado X . O consumidor i tem, também, factores de produção que constituem as suas dotações, que são representadas por \bar{v}_i . A soma das dotações de todos os consumidores estabelece o vector \bar{V} que representa o vector dos recursos totais disponíveis na economia.

As preferências do consumidor i são descritas usando a função de utilidade $U(x_i)$ que, com as propriedades definidas em 3.2.3., estabelece que o conjunto de pontos, Q_i , que o consumidor vê pelo menos tão bom como um dado ponto ou plano de consumo, é estritamente convexo. Se o dado ponto de comparação é x_i^* , então o conjunto Q_i é definido por:

$$Q_i = \{x_i : U(x_i) \geq U(x_i^*)\} \quad (6-1)$$

O vector de ml componentes, $(x_1, \dots, x_i, \dots, x_m)$, é representado por $\{x\}$ e é designado por afectação. Ela apresenta o consumo de cada consumidor referente a cada produto, x_i é o vector de consumo do consumidor i e apresenta l componentes, cada uma destas está associada a um produto.

Existe uma afectação $\{x_i^*\}$ correspondente aos vectores de consumo de todos os consumidores que estabelecem a comparação das respectivas utilidades. O conjunto do consumo com utilidade superior ou igual ao vector do consumo agregado, X^* , é a soma dos conjuntos de consumo, Q_i , de cada consumidor:

$$Q = \sum_{i=1}^m Q_i = \left\{ \sum_{i=1}^m x_i : x_1 \in Q_1, \dots, x_m \in Q_m \right\} \quad (6-2)$$

A Fig. 6-1 é uma representação estilizada dos conjuntos Q_i e Q .

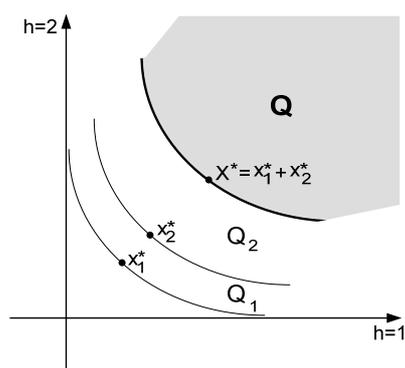


Fig. 6-1: Os conjuntos Q_i e Q .

Considera-se que existem n produtores, cada um referenciado por um índice $j = 1, \dots, n$. Para o produtor de ordem j , o plano de produção é uma especificação das entradas e das saídas do processo produtivo. Assim, um plano de produção, uma acção, é um ponto y_j no espaço R^l . O conjunto Y_j de todas as produções possíveis para o produtor j chama-se o seu conjunto de produção. A soma sobre todos os produtores dos seus conjuntos de produção estabelece Y , isto é, o conjunto da produção agregada.

Como já se referiu, na situação de equilíbrio geral existe uma relação biunívoca entre produtos e preços. Assim, p representa um vector de l componentes, e é, também, um ponto num espaço R^l . Cada componente do vector p é, naturalmente, o preço de um dado produto.

A Fig. 6-2 é uma representação estilizada dos conjuntos Y_j e Y e do vector p .

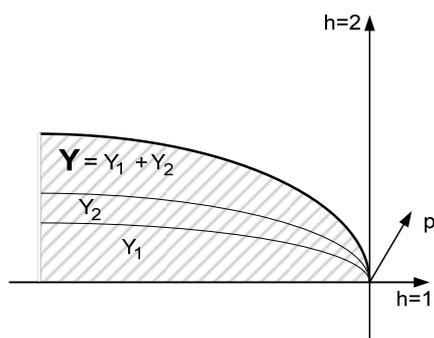


Fig. 6-2: Os conjuntos Y_j e Y e o vector p .

No modelo de Arrow-Debreu da teoria do equilíbrio geral, os consumidores são proprietários das empresas, isto é, dos produtores. O consumidor i tem uma participação no produtor j ; ela é designada por b_{ij} . As participações são não negativas e a sua soma sobre todos os consumidores para uma dada empresa é igual a 1. Globalmente, tem-se: $B = [b_{ij}]$; esta matriz condensa a informação das participações dos m consumidores nas n empresas.

O conjunto designado por S é definido como sendo o conjunto de todas as afectações $\{x\}$, considerando que o ponto $(-\bar{V}, X)$ está em Y ; então, S é o conjunto de afectações que podem ser produzidas, tendo em conta os recursos da economia, \bar{V} .

Uma afectação $\{x^*\}$ é um óptimo ou apresenta eficiência de Pareto se e só se:

- $\{x^*\}$ está no conjunto S ;
- não existe outra afectação $\{x\}$ em S com a propriedade $U(x_i) \geq U(x_i^*)$ para todos os consumidores e $U(x_i) > U(x_i^*)$ para algum consumidor.

Por outras palavras, a afectação com eficiência de Pareto é uma situação que pode ser produzida com os recursos da economia e que tem a propriedade de não haver outra afectação que possa ser produzida melhorando mais a utilidade de um qualquer consumidor.

Um equilíbrio concorrencial é uma afectação $\{x^*\}$, um vector dos preços dos produtos de consumo p^* e um vector dos preços das dotações w^* tais que:

- para cada consumidor, o seu vector de consumo, x_i^* , maximiza a sua utilidade, $U(x_i^*)$, submetida à respectiva restrição orçamental;

b) $\{x^*\}$ está no conjunto S ;

c) a produção agregada Y^* , que corresponde a $\{x^*\}$ é a soma das produções individuais y_j^* ; a produção individual y_j^* maximiza o lucro do produtor sobre o respectivo conjunto de produção Y_j .

Em resumo, no equilíbrio geral a afectação é escolhida pela maximização da utilidade de cada consumidor e pela maximização do lucro por parte de cada produtor. Note-se que o orçamento de cada família (consumidor) inclui, para além das suas dotações, as participações nos lucros das empresas de que é, também, proprietária.

6.2 TEOREMAS DO BEM ESTAR

6.2.1. O Primeiro Teorema do Bem Estar

Apresenta-se o primeiro resultado que deriva do relacionamento entre o equilíbrio concorrencial e o óptimo de Pareto.

Primeiro Teorema do Bem Estar. Seja $(\{x^*\}, p^*, w^*)$ um equilíbrio concorrencial, então a afectação $\{x^*\}$ apresenta eficiência de Pareto.

Prova. Primeiro começa-se por considerar que tal não se verifica. Deste modo existe uma afectação $\{x\} \subset S$ tal que:

$$U(x_i) \geq U(x_i^*) \quad (6-3)$$

para todos os consumidores e com a desigualdade estrita para algum.

Sabe-se que a maximização da utilidade de um consumidor envolve a minimização da sua despesa.

Assim, com os preços do equilíbrio concorrencial, p^* , tem-se:

$$p^* \circ x_i \geq p^* \circ x_i^* \quad (6-4)$$

com desigualdade estrita pelo menos para um consumidor. No consumo agregado tem-se:

$$p^* \circ X > p^* \circ X^* \quad (6-5)$$

$\{x\}$ está em S , então X pode ser produzido a partir dos recursos da economia. Considerando como dados, os preços dos produtos da saída, p^* , e os preços dos factores de produção, w^* , cada produtor no equilíbrio concorrencial maximiza os seus lucros⁴²:

$$p^* \circ x_j^* - w^* \circ \bar{v}_j \geq p^* \circ x_j - w^* \circ \bar{v}_j \quad (6-6)$$

Na produção agregada tem-se:

$$p^* \circ X^* - w^* \circ \bar{V} \geq p^* \circ X - w^* \circ \bar{V} \quad (6-7)$$

Este resultado está em contradição com (6-5), e o teorema fica provado.

6.2.2. O Segundo Teorema do Bem Estar

O Segundo Teorema do Bem Estar estabelece que um ponto com eficiência de Pareto é um equilíbrio concorrencial, se as propriedades das dotações e das empresas estiverem bem atribuídas.

De certo modo, o Segundo Teorema do Bem Estar é, também, uma demonstração da existência do equilíbrio concorrencial. Para a sua demonstração é necessário que os conjuntos de consumo e de produção sejam convexos.

Para a demonstração do teorema é, igualmente, necessário introduzir uma ferramenta para o estabelecimento da existência de um vector de preços com as propriedades apropriadas.

Separação de Conjuntos Convexos. Sejam A e B conjuntos convexos, com A estritamente convexo. Supõe-se que A e B se intersectam num único ponto x^* : então existe um hiperplano que passa por x^* e que separa A de B . Isto é, existe um vector não zero, p , tal que:

a)

$$p \circ x \leq p \circ x^* \text{ para todos } x \in B \quad (6-8 \text{ a})$$

b)

$$p \circ x > p \circ x^* \text{ para todos } x \in A \text{ e } x \neq x^* \quad (6-8 \text{ b})$$

A Fig. 6-3 ilustra a importância da convexidade dos dois conjuntos que se intersectam num ponto.

⁴² No contexto da fórmula (6-6), x_j representa o vector das saídas do produtor j , enquanto que \bar{v}_j é o vector das entradas. Ambos os vectores estão presentes na função de produção do produtor j .

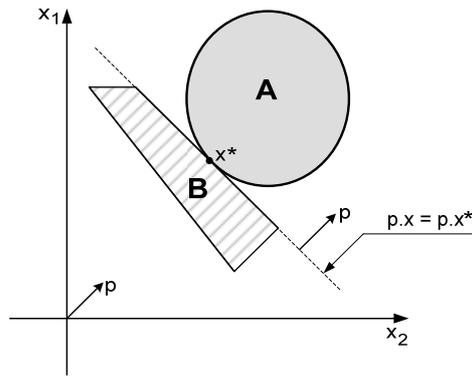


Fig. 6-3: Separação de conjuntos convexos.

Devem ser feitas algumas hipóteses sobre o conjunto da produção agregada Y . Considera-se que o conjunto de produção Y_j é convexo, o que implica que Y é convexo. Assim, a função de produção apresenta rendimentos não crescentes. Considera-se que a origem pertence ao conjunto Y ; assim, é sempre possível nada produzir, ou sem factores de produção não existe produção. O vector $(-\bar{V}, 0)$ pertence a Y , o que significa que é possível deter factores de produção (recursos) sem que tal exija um custo.

Define-se o conjunto R por:

$$R = \{X : \{x\} \subset S\} = Y + \bar{V} \quad (6-9)$$

R é o conjunto dos vectores do consumo agregado que podem ser produzidos a partir dos recursos da economia. A fronteira eficiente de R é a fronteira da produção possível. Dadas as hipóteses sobre Y , R é convexo e a origem pertence a R . Assim, não se consideram rendimentos crescentes à escala e é sempre possível nada produzir.

Dada a afectação $\{x^*\}$, define-se o conjunto Q :

$$Q = \{X : U(x_i) \geq U(x_i^*)\} \text{ para todos os consumidores} \quad (6-10)$$

Deste modo, Q é o conjunto das saídas agregadas que podem ser usadas para que cada consumidor esteja pelo menos tão bem quanto o está com a afectação $\{x^*\}$ ou seja com o consumo agregado X^* .

Na medida em que as funções de utilidade são estritamente monotónicas e estritamente côncavas, o conjunto de pontos, Q_i , para o qual o consumidor i está pelo menos tão bem quanto está em x_i^* é estritamente convexo. A soma dos conjuntos Q_i sobre todos os consumidores estabelece o conjunto Q .

Os conjuntos R e Q partilham o mesmo espaço, eles podem apresentar uma relação topológica como a representada na Fig. 6-4

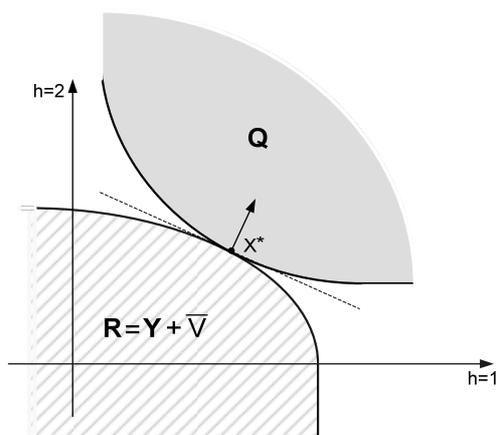


Fig. 6-4: Intersecção dos conjuntos agregados de consumo e de produção.

Segundo Teorema do Bem Estar. Qualquer afectação com eficiência de Pareto pode ser descentralizada como um equilíbrio concorrencial. Seja $\{x^*\}$ uma afectação com eficiência segundo Pareto; então existe uma afectação de dotações $\{\bar{v}^*\}$, um conjunto de participação nas empresas B^* , um vector dos preços de saída p^* e um vector dos preços de entrada w^* , de tal forma que $(\{x^*\}, p^*, w^*)$ representa um equilíbrio concorrencial.

Prova. Na medida em que a afectação $\{x^*\}$ apresenta eficiência de Pareto e pode ser produzida, então o ponto X^* pertence a ambos os conjuntos Q e R definidos anteriormente.

Não pode acontecer que Q e R tenham um outro ponto X na sua intersecção. Se fosse o caso, então pela convexidade de R teríamos que o ponto $(\frac{1}{2}X + \frac{1}{2}X^*)$ estava também em R e, portanto, podia ser produzido. Estando X em Q , então x_i faz pelo menos tão bem quanto o faz quando o consumidor tem x_i^* , mas se $x_i \neq x_i^*$ então a convexidade do conjunto Q implica que o consumidor i está melhor em $(\frac{1}{2}x_i + \frac{1}{2}x_i^*)$ do que em x_i^* . Este facto está em contradição com a condição de $\{x^*\}$ apresentar eficiência de Pareto.

Os conjuntos Q e R apenas coincidem em X^* ; ambos os conjuntos devem ser convexos e Q estritamente convexo. Desta forma, o Teorema da Separação aplica-se e assim existe um vector p^* com as seguintes condições:

a)

$$p^* \circ X \leq p^* \circ X^* \text{ para todos } X \text{ em } R \quad (6-11 \text{ a})$$

b)

$$p^* \circ X > p^* \circ X^* \text{ para todos } X \neq X^* \text{ em } Q \quad (6-11 \text{ b})$$

Onde p^* é o vector dos preços do equilíbrio concorrencial.

Como se vai demonstrar, o vector dos preços, p^* , é não negativo. Considere-se um vector $X^*(h)$ formado pela adição de 1 à componente de ordem h de X^* . $X^*(h)$ pode ser usado para melhorar X^* , assim $X^*(h)$ está em Q e obtém-se:

$$p_h^* = p^* \circ X^*(h) - p^* \circ X^* > 0 \quad (6-12)$$

Este resultado aplica-se para cada $h = 1, \dots, l$, o que conduz a $p_h^* > 0$.

Agora tem-se o vector dos preços das entradas, w^* , e mostra-se que X^* maximiza os lucros. Com os preços p^* , a produção X^* maximiza o valor da saída sobre todos os pontos de R , isto é, o conjunto realizável das saídas agregadas. A produção de X^* maximiza o valor da saída ao longo da fronteira da produção possível. A convexidade de R assegura que os lucros agregados $p^* \circ X - w^* \circ \bar{V}$ são maximizados em $X = X^*$. Cada empresa deve maximizar o seu lucro. Não é difícil mostrar que as hipóteses feitas sobre a tecnologia, particularmente a convexidade, implicam que tais lucros são não negativos.

Fica por mostrar que se pode escolher a afectação, $\{\bar{v}^*\}$, e a matriz das participações, B^* . Dadas estas dotações e participações de propriedade, então o consumidor i , escolherá x_i^* como o vector de consumo que maximiza a sua utilidade submetida à sua restrição orçamental.

Na medida em que os lucros são não negativos, tem-se:

$$p^* \circ X^* \geq w^* \circ \bar{V} \quad (6-13)$$

É, entretanto, possível escolher $\{\bar{v}^*\}$ tal que conduza a:

$$p^* \circ x_i^* \geq w^* \circ \overline{v_i^*} \quad (6-14)$$

Se o lucro agregado é nulo, então as participações de propriedade, b_{ij}^* , podem ser escolhidas de forma arbitrária, naturalmente, respeitando que elas são positivas e a sua soma sobre todos os consumidores, para uma dada empresa, é igual a 1. Se os lucros agregados são não negativos, então pode escolher-se:

$$b_{ij}^* = \frac{p^* \circ x_i^* - w^* \circ \overline{v_i^*}}{p^* \circ X^* - w^* \circ \overline{V}} \quad (6-15)$$

Com esta escolha, cada consumidor i pode comprar x_i^* e despender todos os seus fundos, dotações iniciais e lucros das empresas, para obter este vector de consumo.

O teorema está demonstrado.

6.3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os dois teoremas do bem estar mostram que qualquer situação de mercados em concorrência perfeita, também designados por mercados competitivos, é um óptimo segundo Pareto e que qualquer afectação eficiente segundo Pareto é uma situação de equilíbrio competitivo para uma dado conjunto de dotações iniciais, isto é, para uma dada distribuição inicial de riqueza dos consumidores, na qual se incluem as participações de propriedade dos consumidores nas empresas.

Não se questiona a distribuição da riqueza pelos consumidores, pois os teoremas do bem estar não têm preocupações de equidade; eles mostram-nos que nas condições de mercados competitivos é possível ter uma situação em que os diferentes agentes, consumidores e produtores, não têm interesse em abandonar. Na verdade, a referida situação é um resultado da optimização pelos consumidores e pelos produtores das respectivas acções.

É conveniente relembrar o significado do conceito de mercado competitivo: os agentes consideram os preços como dados e os conjuntos de consumo e de produção são convexos. Assim, a dimensão dos agentes é reduzida de modo a serem incapazes de influenciar os preços dos produtos e a tecnologia da produção só admite rendimentos decrescentes à escala.

Naturalmente, não é aceitável o que se encontra em certos manuais de Economia, por exemplo: "O mercado de concorrência perfeita desempenha um papel fundamental na teoria económica. É o

mercado que conduz à eficiência económica e à maximização do bem estar na sociedade". É razoável extrapolar a afirmação anterior com base nos teoremas do bem estar? Pensamos que não, aquela proposição é uma forma abusiva na interpretação dos referidos teoremas.

De um ponto de vista formal, a teoria do equilíbrio geral e, também, os teoremas do bem estar são resultados inquestionáveis. No entanto, como já se referiu na introdução do presente Capítulo, colocam-se questões que não foram resolvidas.

Se os agentes são tomadores de preços, então quem varia os preços? No modelo do equilíbrio geral de Arrow-Debreu esta questão não se coloca; os agentes realizam os seus planos óptimos de consumo e de produção no instante t_0 para a eternidade! O equilíbrio está estabelecido!

L. Walras foi mais razoável na procura do realismo, sugeriu indirectamente o seu "leiloeiro", o qual tem a tarefa de variar os preços em função da diferença entre a procura e a oferta. Se esta diferença é negativa o preço desce, se é positiva incrementa o preço. O ajustamento de preço de Samuelson é a matematização deste processo. Existem mercados nos quais o preço é obtido desta forma, com recurso a um operador independente dos agentes; no entanto, esta não é metodologia habitual na obtenção dos preços dos produtos⁴³.

Se o sistema económico se encontra em equilíbrio, como é que se chegou a tal situação? O que acontece fora da situação de equilíbrio? A teoria microeconómica é fundamentalmente a teoria da existência e das propriedades do equilíbrio, ela é muito menos satisfatória na explicação do que acontece fora do equilíbrio. Aliás, pode-se afirmar que, na actual teoria do equilíbrio geral, a descrição do comportamento do sistema fora do equilíbrio não tem fundamento teórico. Este facto levanta enormes dificuldades, como já foi referido anteriormente⁴⁴.

⁴³ Tradicionalmente o sector eléctrico funcionava como um monopólio regulado, ver ponto 5.4.2.. A partir da década de 80 alguns países substituíram o funcionamento de monopólio regulado na produção da energia eléctrica por uma bolsa de energia onde existe a figura do "leiloeiro". Este, o operador de mercado, é independente dos agentes da produção e do consumo; no entanto, tem sido incapaz de prevenir o abuso da posição dominante de alguns agentes, como foi patente na "pool" inglesa enquanto existiu e como se tem verificado na bolsa de Madrid. O sector eléctrico não apresenta tecnologias de rendimentos à escala decrescentes e os produtores de energia eléctrica são em número reduzido.

⁴⁴ No artigo *Disequilibrium and stability*, publicado em 2003, F. Fisher desabafa: "*The present state of general equilibrium theory must therefore be regarded as unsatisfactory or incomplete when it comes to the provision of a positive theory of value. That, in itself, does not vitiate the conclusions of general equilibrium theory. Still less does it validate those of alternative theories. But it leaves us with a lot to do*".

F. Fisher no seu livro *Desequilibrium foundations of equilibrium economics* afirma ainda: "More important than this, however, is the central role which general equilibrium plays in economics analysis. Much of what economists have to say about the results of competition, the usefulness or lack thereof of governmental intervention, and the role of prices system is based on prepositions about general equilibrium. These are the propositions rigorously formulated in modern times as the central theorems of welfare economics concerning the relations between Pareto optima and competitive equilibria. These propotions, which may be the single most important set of ideas that economists have to convey to laypeople, implicitly assume that general competitive equilibrium is stable and, indeed,

Contrariamente ao que é habitual na literatura, nas demonstrações apresentadas neste Capítulo não se recorreu a pressupostos baseados nas funções de excesso de procura nem à designada Lei da Oferta e da Procura que estabelece o seguinte: quando a oferta excede a procura, o preço desce e quando a procura excede a oferta, o preço sobe. O ajustamento do preço traduz a Lei da Oferta e da Procura. Isto significa que o ajustamento do preço não é uma condição necessária para a aceitação da moderna teoria do equilíbrio geral.

Mas a Lei da Procura e da Oferta não é aceitável? Deve ser-se flexível⁴⁵ e realista. Sabe-se que, em determinadas circunstâncias, o mercado tem um comportamento descrito pela lei da procura e da oferta: o preço desce quando a oferta excede a procura e o preço sobe quando a procura excede a oferta. Para as situações de pura troca sem produção, isto é, com dotações iniciais limitadas e no caso de rendimentos não crescentes à escala é razoável considerar a Lei da Procura e da Oferta.

A questão que se coloca, na maior parte dos manuais de Economia, é o desenvolvimento teórico para os casos referidos da troca sem produção e depois generalizá-lo a todo o sistema económico, fazendo a assumpção à priori que toda a produção é de rendimentos decrescente à escala!

Felizmente, a realidade é mais plural!

that convergence takes place relatively quickly. If this were not so, welfare comparisons of equilibria would be largely irrelevant since what would matter would be comparison of the relatively "transient" behavior of alternative systems including alternative forms of market organization".

⁴⁵ W. Hildenbrand [1] recomenda:

"The best one can do, in my opinion, is to be flexible, to be a methodological pluralist. One should minimize the use of a priori assumptions as far as possible. If, however, they cannot be avoided, one should state them explicitly rather than try to cover them with some pseudoscientific justification".

BIBLIOGRAFIA

-
- Amaral, J. F. e outros
[1] *Introdução à Macroeconomia*. Lisboa: Escolar Editora, 2002.
[2] Preços e Mercados, 1997 (texto não publicado).
 - Arrow, K. J.
[1] *Théorie de l'Information et des Organisations*. Paris: Dunod, 2000.
[2] "Rationality of Self and Others in an Economic System", *Journal of Business*, Vol. 59, nº 4, 1986.
[3] and Hahn F. K., *General Competitive Equilibrium*, San Francisco: Holden-Day, 1971.
 - Arthur, W. B.
[1] *Increasing Returns and Path Dependence in the Economy*. The University of Michigan Press, 1994.
 - Blaug, M.
[1] *História do Pensamento Económico, 1º e 2º volumes*. Publicações Dom Quixote, 1990.
 - Debreu, G.
[1] *Theory of Value. An Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium*. New York: Wiley, 1954.
[2] *Théorie de la Valeur. Analyse axiomatique de l'équilibre économique*. Paris: Dunod, 2001.
 - De Vroey M.
[1] "The History of Macroeconomic Viewed against the Background of the Marshall-Walras Divide" in *The IS-LM Model Its Rise, Fall and Strange Persistence, Annual Supplement to Volume 36, History of Political Economy*, Duke University Press, Durham and London, 2004, pp. 57-91.
[2] "Perfect Information à la Walras versus Perfect Information à la Marshall", published in *The Journal of Economic Methodology*, vol. 10: 4, 465-492, December 2003.
[3] "Marshall on equilibrium and time: a reconstruction", published in *Euro. J. History of Economic Thought*, 7:2 245-269, Summer 2000.
[4] "Did the market-clearing postulate pre-exist new classical economics? The case of Marshallian theory". Mimeo, March 2005.
 - Fisher, F. M.
[1] *Lectures on Microeconomics*. MIT.
[2] *Disequilibrium Foundations of Equilibrium Economics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1983.
[3] *Microeconomics: Essays in Theory and Applications*. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.
[4] «Disequilibrium and Stability», in Fabio Petri and Frank Hahn (eds.), *General Equilibrium: Problems and Prospects*. London: Routledge, 2003.
[5] "Games Economists Play: A NonCooperative View", published in *The RAND Journal of Economics*, Vol. 20, Nº 1, 1989.
 - Hicks, J.
[1] *Uma Teoria Monetária do Mercado*. Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1992.
[2] *Value and Capital*, Oxford University Press, 1946.
 - Hildenbrand W.
[1] *Mathematical Economics: Twenty Papers of Gérard Debreu*, Cambridge University Press, 1993.
[2] *Market Demand*. Princeton University Press, 1994.
 - Hotelling
[1] The General Welfare in Relation to Problem of Taxation and of Railway utility Rates, *Econometrica* nº 6, 1938.
 - Kirman A.
[1] "Problems, prospects, alternatives – an attempt at synthesis", *General Equilibrium*, F. Petri and F. Hahn eds. London: Routledge, 2002.
[2] *Debreu Gerard, The Theory of Value*, Dictionnaire des grandes oeuvres économiques, Éditions Dalloz, 2002.
 - Lange O.
[1] *Price Flexibility and Employment*. Indiana: The Pricipia Press, 1944.
 - Leijonhufvud A.
[1] *Marshall on Market Adjustment*, 1999, (second draft), UCLA and Univ. of Trento.
 - Malinvaud E.

- [1] *Leçons de théorie microéconomique*. Dunod, Paris, 1999.
- Mata, J.
[1] *Economia da Empresa*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2002.
- Mas-Colell A, Whinston M.D., Green J. R.
[1] *Microeconomic Theory*. Oxford University Press, 1995.
- Mateus, A. e Mateus, M.
[1] *Microeconomia: Teoria e Aplicações*, V^o. I e II. Editorial Verbo, 2001.
- Morishima M.
[1] *Walras' Economics*. Cambridge University Press, 1977.
[2] *Dynamic Economic Theory*. Cambridge University Press, 1996.
- Moura, F. P.
[1] *Lições de Economia*. Coimbra: Almedina, 1986.
- Neves, J. L. C.
[1] *Introdução à Economia*. Editorial Verbo, 1998.
- Nunes, M. J.
[1] *Subsídios para a História do Equilíbrio Geral*, separata dos tomos XXVI e XXVII das Memórias da Academia das Ciências de Lisboa, 1988.
- Osório, A. H.
[1] *A Matemática na Economia Pura: a Troca (1911)*. Lisboa: edição do Banco de Portugal, 1996.
- Quinzii, M.
[1] *Increasing Returns and Efficiency*. Oxford: Oxford University Press, 1992.
- Reinhard, J.
[1] Abraham Wald's equilibrium existence proof reconsidered, *Economic Theory* 13, 1999.
- Samuelson P. A.
[1] *Foundations of Economic Analysis*. First edition 1941, enlarged edition 1983, Harvard University Press.
- Schumpeter J.
[1] *The Theory of Economic Development*. Harvard University Press, 1951.
- Shapiro C.
[1] "The Theory of Business Strategy", *The RAND Journal of Economics*, Vol. 20, Nº 1, 1989.
- Stiglitz J.
[1] "Information and the Change in the Paradigm", *The American Economist*, Part 1: Vol. 47, Nº 2, 2003; Part 2: Vol. 48, Nº 1, 2004.
- Varian, H. R.
[1] *Intermediate Microeconomics: A Modern Approach*. New York: W.W. Norton & Company, 2003.
[2] *Microeconomic Analysis*. New York: W.W. Norton & Company, 1984.
- Wald, A.
[1] On Some Systems of Equations of Mathematical Economics, *Econometrica*, Oct. 1951.
[2] On the Unique Non-Negative Solvability of the New Production Equations (Part 1), On the Production Equations of Economic Value Theory (Part 2)
Precursors in Mathematical Economics: An Anthology. Selected and edited by W. Baumol and S. Gold fed, 1968.

